

## Лабораторная работа № 2-14

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА

*Батомункуев А.Ю.*

#### Цель работы

Изучить основные законы магнитостатики – закон Био-Савара-Лапласа и теорему о циркуляции магнитного поля. Исследовать зависимость индукции магнитного поля вдоль оси катушки от параметров катушки (соленоида).

#### Теоретическое введение

Подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает силовое электрическое поле, так и в пространстве, которое окружает токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, названное *магнитным*.

**Магнитное поле** – это форма материи, окружающая движущиеся электрические заряды. Магнитное поле является составной частью электромагнитного поля.

Основные свойства магнитного поля:

- магнитное поле порождается движущимися электрическими зарядами или переменными электрическими полями;
- магнитное поле действует на движущиеся в нем электрические заряды с некоторой силой;
- переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве переменное электрическое поле, т. е. эти поля всегда взаимосвязаны и, изменяясь, порождают друг друга;
- магнитное поле носит вихревой характер.

Название *магнитное поле* происходит от того, что поле, возбуждаемое током, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. В опыте Эрстеда проволока, по которой протекал ток, была натянута над магнитной стрелкой, вращающейся на игле. При включении тока стрелка устанавливалась перпендикулярно к проволоке. Изменение направления тока на обратное заставляло стрелку повернуться в противоположную сторону. Из опыта Эрстеда следует, что магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной.

Магнитное поле характеризуют силовой характеристикой – вектором *магнитной индукции*  $\vec{B}$ . Направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  совпадает с направлением северного полюса магнитной стрелки, которая помещена в данную точку поля. Логично было бы по аналогии с напряженностью электрического поля  $\vec{E}$  назвать  $\vec{B}$  напряженностью магнитного поля. Однако по историческим причинам основную силовую характеристику магнитного поля назвали магнитной индукцией. Название же «напряженность магнитного поля» оказалось присвоенным вспомогательной величине  $\vec{H}$ , аналогичной вспомогательной характеристике  $\vec{D}$  электрического поля. Следует отметить, что направление вектора  $\vec{B}$  может быть также определено по силовому действию магнитного поля на прямолинейный проводник с током и по вращающему действию магнитного поля на замкнутый контур с током.

**Индукция магнитного поля** – это величина, равная отношению максимальной силы Ампера, действующей на проводник с током в магнитном поле, к силе тока в этом проводнике и его длине в магнитном поле (рис. 14.1):

$$\vec{F}_m = I \left[ d\vec{l} \cdot \vec{B} \right], \quad (14.1)$$

где  $I$  – сила тока в проводнике,  $l$  – его длина в магнитном поле.

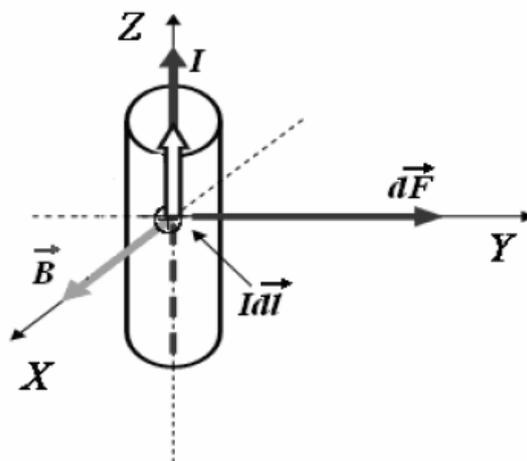


Рис. 14.1. Сила Ампера, действующая на элемент проводника с током в магнитном поле.

Единица магнитной индукции в СИ – тесла (Тл). *Тесла* – магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по проводнику течет ток 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$$

Магнитное поле, как и электрическое, невидимо и оно не действует на наши органы чувств, но его можно изобразить графически посредством *силовых магнитных линий*. По силовым магнитным линиям в магнитном поле располагаются железные опилки или оси маленьких магнитных стрелок. Силовые линии магнитного поля всегда замкнуты (не имеют начала и конца), поэтому магнитное поле является *вихревым полем*, в отличие от электростатического поля, силовые линии которого всегда разомкнуты и начинаются или оканчиваются на зарядах, или уходят в бесконечность. Замкнутость силовых магнитных линий свидетельствует о том, что «магнитных зарядов», подобных электрическим, в природе не существует. Силовые линии магнитного поля охватывают траектории движущихся электрических зарядов и проводники с током. Поднеся к проводнику магнитную стрелку, можно обнаружить, что ее ось располагается

перпендикулярно направлению тока в проводнике и по касательной к магнитной линии, охватывающей этот проводник (опыт Эрстеда).

Силовое магнитное поле изображают с помощью *линий магнитной индукции* — воображаемых линий, в любой точке которых вектор магнитной индукции направлен по касательной к ним. Направление линий магнитной индукции определяется правилом векторного произведения (*правилом правого винта*): если поступательное движение винта соответствует направлению тока в проводнике, то направление вращения винта задает направление линий магнитной индукции (рис. 14.2).

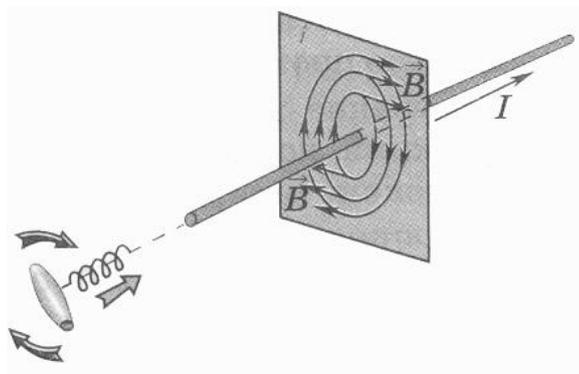


Рис. 14.2. Силовые линии магнитного поля прямого тока.

На рис. 14.2 показаны силовые линии магнитной индукции прямолинейного проводника с током: они имеют вид окружностей с центром на оси проводника, вектор индукции магнитного поля  $\vec{B}$  направлен по касательной к силовой линии в каждой её точке. Так будет, если магнитная линия кривая, если она прямая, то вектор индукции магнитного поля будет направлен по ней.

Как и в случае электрического поля, густоту магнитных линий договорились выбирать такой, чтобы число линий, пересекающих некоторую единичную площадку, расположенную перпендикулярно им, было равно величине индукции магнитного поля в этом месте. Чем гуще будут располагаться в некоторой области магнитные линии, тем больше индукция магнитного поля. Подчеркнем еще раз, что магнитные линии всегда замкнуты сами на себя, и если на рисунке магнитная линия не замкнута — это значит, что

на рисунке изображена лишь часть ее. Как и силовые линии электрического поля, магнитные силовые линии никогда не пересекаются, поскольку их пересечение означало бы, что одно и то же магнитное поле в точке пересечения имеет два разных направления, что не имеет смысла.

Если во всех точках пространства вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  имеет одинаковое по модулю значение и одинаковое направление, то такое магнитное поле называют *однородным*. В случае однородного магнитного поля вектор  $\vec{B}$  направлен вдоль линий магнитной индукции.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив *принцип суперпозиции*: поле  $\vec{B}$ , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей  $\vec{B}_i$ , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i. \quad (14.2)$$

**Закон Био-Савара-Лапласа.** Био и Савар провели исследование магнитных полей, создаваемых токами, текущими по тонким проводам различной формы. Лаплас проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и установил зависимость, которая получила название *закона Био-Савара-Лапласа*. Согласно этому закону магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока. Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины  $d\vec{l}$ , Лаплас получил формулу:

$$d\vec{B} = k' \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (14.3)$$

где  $k'$  – коэффициент пропорциональности,  $d\vec{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в какую течет ток,  $\vec{r}$  – вектор, проведенный

от элемента тока в ту точку пространства, в которой определяется  $d\vec{B}$ ,  $r$  – модуль этого вектора  $\vec{r}$  (рис. 14.3).

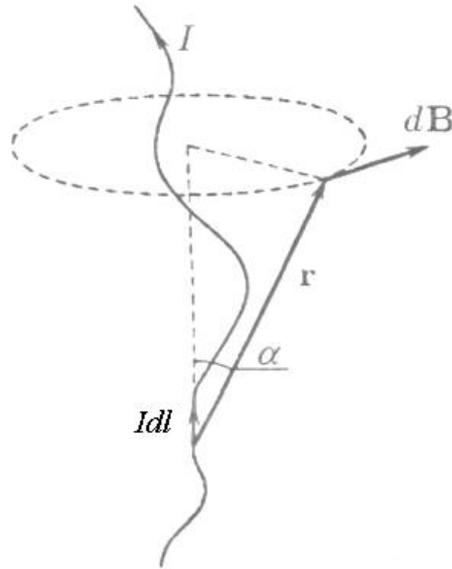


Рис. 14.3. Иллюстрация к закону Био-Савара-Лапласа.

Коэффициент пропорциональности  $k'$  в формуле (14.3) в СИ равен  $\mu_0/4\pi$ , где  $\mu_0$  – магнитная постоянная. Следовательно, в СИ формула (14.3) имеет вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (14.4)$$

Модуль выражения (14.4) определяется формулой:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (14.5)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Применим формулу (14.5) для вычисления поля прямого тока, т.е. поля, создаваемого током, текущим по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 14.4). Все векторы  $d\vec{B}$  в данной точке имеют одинаковое направление (в нашем случае – за чертеж). Поэтому сложение векторов  $d\vec{B}$  можно заменить сложением их модулей.

Точка, для которой мы вычисляем магнитную индукцию, находится на расстоянии  $b$  от провода.

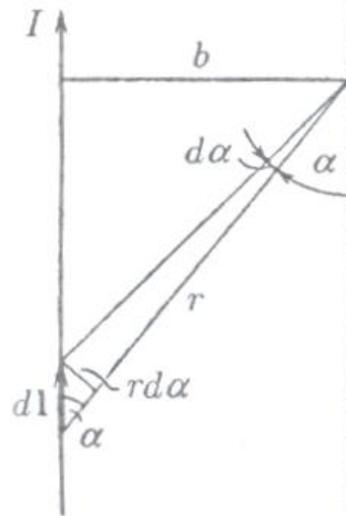


Рис. 14.4. К выводу формулы магнитной индукции поля, создаваемого прямым током.

Из рис.14.4 видно, что

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставив эти значения в формулу (14.5) и получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ibd\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha.$$

С учетом того, что угол  $\alpha$  для всех элементов бесконечного прямого тока изменяется в пределах от 0 до  $\pi$ , после интегрирования получаем:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

Таким образом, магнитная индукция поля прямого тока величиной  $I$  на расстоянии  $b$  от него определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b}. \quad (14.6)$$

Как уже отмечалось, в пространстве, окружающем электрические токи, возникает магнитное поле. Опыт показывает, а теоретические расчеты подтверждают, что направление и модуль вектора магнитной индукции зависят от размеров и геометрической формы проводника, силы тока в проводнике, магнитных свойств среды и расположения точки, в которой исследуется магнитное поле, относительно проводника.

**Магнитное поле кругового тока.** Пусть ток силой  $I$  течет по круговому проводнику (т. е. проводник имеет форму окружности) радиусом  $R$ . При этом магнитные линии этого тока тоже будут иметь вид окружностей, охватывающих проводник и располагающихся в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Если вращать головку правого винта по току (или согнуть полукругом пальцы правой руки в направлении тока  $I$ ), то его поступательное движение (или большой палец правой руки) покажет направление вектора индукции поля кругового тока в его центре (рис. 14.5).

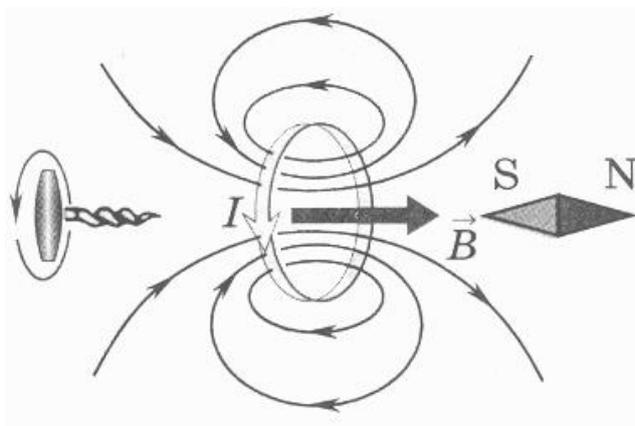


Рис. 14.5. Силовые линии магнитного поля кругового тока.

На рис. 14.5 круговой ток течет по часовой стрелке и вектор индукции магнитного поля этого тока  $\vec{B}$  направлен в центре кругового тока от нас горизонтально вправо (убедитесь в этом самостоятельно с помощью своей правой руки). Величина индукции  $B$

магнитного поля в центре кругового тока радиусом  $R$  с силой тока  $I$  определяется формулой:

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}. \quad (14.9)$$

Индукция магнитного поля в центре кругового тока прямо пропорциональна силе тока и обратно пропорциональна его диаметру.

Рассчитаем напряженность магнитного поля на оси витка радиусом  $R$ , по которому течет ток  $I$  (см. рис. 14.6):

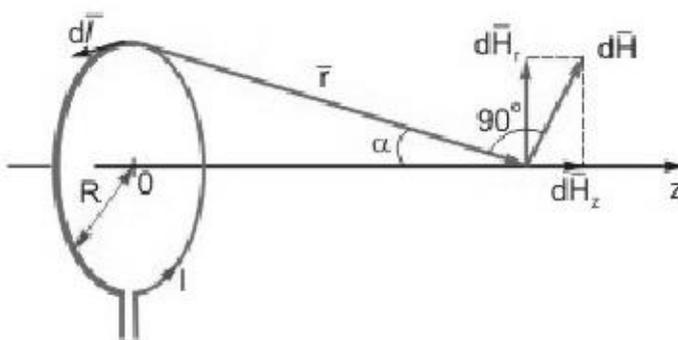


Рис. 14.6. К определению напряженности магнитного поля на оси витка с током.

Выделим на проводнике бесконечно малый элемент длины  $d\vec{l}$  и проведем радиус-вектор  $\vec{r}$  от элемента тока  $I d\vec{l}$  до выбранной точки пространства, в которой определяем напряженность поля  $H$ .

Разложим вектор  $d\vec{H}$  на аксиальную  $d\vec{H}_z$  и радиальную  $d\vec{H}_r$  компоненты. Из соображений симметрии ясно, что радиальная составляющая напряженности магнитного поля  $H_r$  равняется нулю.

В соответствии с рис. 14.6 аксиальная составляющая (проекция напряженности магнитного поля на ось  $Z$ ) определяется выражением:

$$H_z = \int_l \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) dH = \int_0^{2\pi R} \frac{IR}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} dl = \frac{IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Таким образом, напряженность магнитного поля на оси витка с током определяется компонентой  $H_z$ .

Магнитное поле в веществе характеризуется вектором магнитной индукции  $B$ :

$$B = \mu_0 \mu H$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная – относительная магнитная проницаемость среды (для вакуума и воздуха  $\mu = 1$ ).

Индукция магнитного поля на оси кругового витка радиуса  $R$  с током  $I$  на расстоянии  $z$  от центра определяется формулой:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{p}_m}{(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (14.10)$$

где  $\vec{p}_m = IS\vec{e}_n$  – магнитный момент витка площадью  $S$ ,  $\vec{e}_n$  – единичный вектор нормали к плоскости витка. В скалярном виде формула (14.10) имеет вид:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{IS}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (14.11)$$

**Магнитное поле соленоида.** Для получения большей магнитной индукции используют не один виток кругового тока, а соленоид – равномерно намотанную на цилиндрический каркас проволочную спираль, по которой течет электрический ток. Иными словами, соленоидом можно считать совокупность круговых токов одинакового диаметра, имеющих общую ось. Различают *длинный* и *короткий* соленоиды.

Индукция магнитного поля на оси короткого соленоида ( $L \ll R$ ) определяется, согласно принципу суперпозиции, векторной суммой полей отдельных круговых витков (см. формулу (14.10)). Величина индукции  $B$ , согласно (14.11), рассчитывается по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{NIS}{(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (14.12)$$

где  $N$  – число витков соленоида.

Рассмотрим длинный соленоид ( $L \gg R$ ). Линии магнитной индукции соленоида, «проявленные» с помощью железных опилок изображены на рис. 14.7.

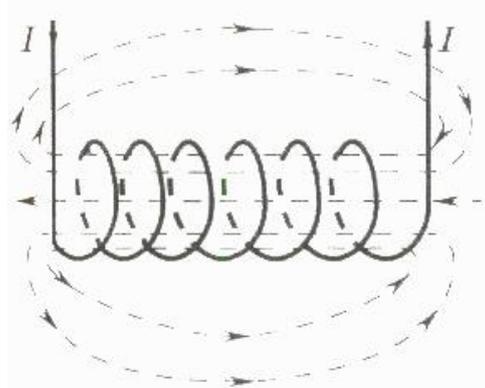


Рис. 14.7. Силовые линии магнитного поля соленоида.

Из рис. 14.7 следует, что линии магнитной индукции входят в соленоид с одного края и выходят из другого, огибая его с внешней стороны. Видно также, что магнитное поле внутри длинного соленоида однородно (линии магнитной индукции параллельны) и наиболее интенсивно (большая плотность линий магнитной индукции). Вне соленоида поле неоднородно и очень слабое. Маленькие магнитные стрелки расположатся по касательным к линиям магнитной индукции и своими северными полюсами укажут их направление.

Направление магнитной индукции  $\vec{B}$  поля тока в соленоиде определяют по правилу правого винта так же, как для кругового тока.

Для вывода формулы расчета магнитной индукции поля внутри соленоида применим *теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$* : циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \mu \sum_{i=1}^n I_i . \quad (14.13)$$

Рассмотрим соленоид длиной  $L$ , содержащий  $N$  витков, по которому течет ток  $I$ . Если длина соленоида  $L$  во много раз больше диаметра его витков, то можно рассматривать соленоид как бесконечно длинный и магнитное поле внутри него можно считать однородным. Магнитная индукция поля внутри соленоида в вакууме вычисляется по формуле

$$B = \mu_0 \mu \frac{NI}{L}, \quad (14.14)$$

где  $N$  – число витков соленоида,  $L$  – длина соленоида.

### Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 14.8.

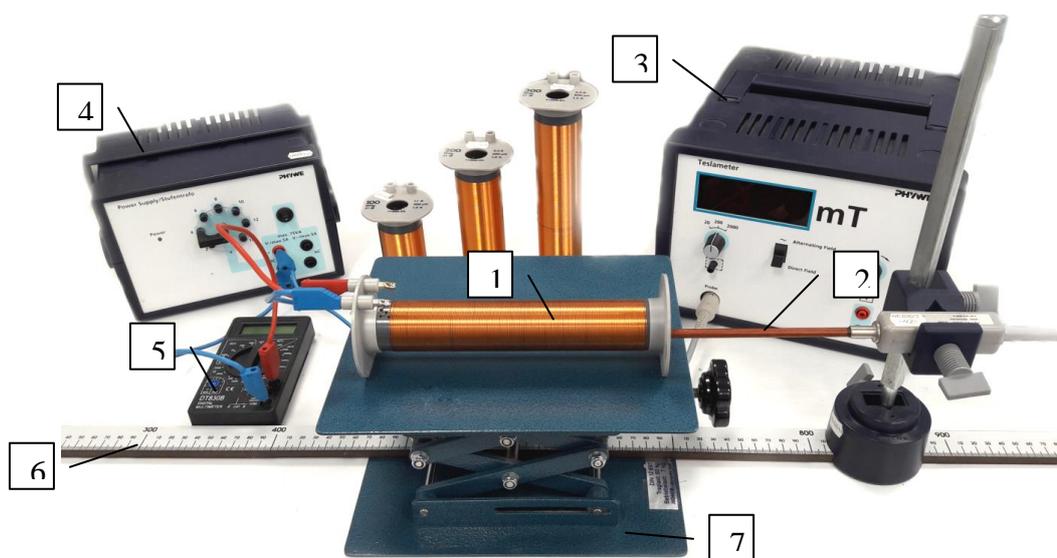


Рис. 14.8. Общий вид установки.

Магнитная индукция на оси катушки  $I$  измеряется при помощи датчика Холла 2, который подключается к тесламетру 3. Для установки подаваемого напряжения на катушку используется «Источник постоянного тока» 4. Исследуемая катушка  $I$  подключается к универсальному источнику питания 4 согласно рис. 14.8.

Положение датчика Холла 2 вдоль оси соленоида 1 регистрируется с помощью линейки 6. Для точного прохождения датчика Холла 2 через середину соленоида подбирают высоту с помощью штатива 7.

Перед началом проведения измерений необходимо заполнить табл. 14.1.

Таблица 14.1

### Технические данные приборов

Прибор	Пределы измерения	Число делений	Цена деления	Класс точности	Абсолютная приборная погрешность

### Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

1. Получите у лаборанта катушки соответствующие вашему индивидуальному заданию.
2. Соберите установку, как показано на рис. 14.8, используя одну из полученных катушек.
3. Установите щуп датчика Холла на расстоянии 10 см от торца катушки, используя установленную линейку.
4. Включите тесламетр для измерения фонового магнитного поля.
5. Используя источник питания в качестве источника постоянного тока, установите напряжение – 8 В. Источник питания работает в режиме постоянного тока, поэтому проведение эксперимента ограничено по времени. Цепь с катушкой индуктивности не должна работать более 1 минуты, для контроля времени используйте секундомер.  
**Внимание! Перед тем как разомкнуть цепь в конце опыта (и поменять катушку) обязательно уменьшите напряжение до нуля.**
6. После включения постоянного тока, необходимо двигать щуп с шагом 1 см (до 15 см), снимая показания с мультиметра 5. Полученные данные занести в таблицу 14.2.

7. Необходимо повторить 3 раза данные измерения, для подтверждения полученных результатов и определить погрешность измерения.

Таблица 14.2

$l$ , см	1 измерение, мТл	2 измерение, мТл	3 измерение, мТл
1			
2			
...			
15			

### Обработка результатов эксперимента

1. Постройте графики зависимости величины магнитной индукции от длины катушки на одной координатной плоскости.
2. По формуле (14.14) рассчитайте значение магнитной индукции для каждой катушки и отметьте эти значения на графике.
3. Для магнитного поля соленоида определите протяженность области однородности, в которой индукция меняется не более чем на 10% от максимальной величины.
4. Постройте график согласно вашему индивидуальному заданию.
5. Оцените погрешность определения  $B$ , используя данные табл. 14.1.

### Библиографический список

*а) основной:*

1. Савельев И. В. Курс общей физики. В 5 кн. М.: АСТ: Астрель, 2006. Кн.2. – 464 с.
2. Батурин Б.Н. Правила электробезопасности при выполнении лабораторных работ: Учеб. пособие. М.: МИСиС, 1995. – 38с.
3. Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г. Физика: Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. М.: МИСиС, 2007. – 108 с.

*б) дополнительный:*

4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. М.: Физматлит. 2004. Т. 3. – 687 с.

5. *Калашиников С.Г.* Электричество. М.: М.: Физматлит. 2006. – 655 с.

### **Контрольные вопросы**

1. Что является источником магнитного поля?
2. Как формулируется закон Био-Савара-Лапласа?
3. Какие величины и параметры определяют величину магнитной индукции на оси кольцевого тока?
4. Какие величины и параметры определяют величину магнитной индукции на оси катушки с током?
5. Какой вид имеют картины силовых линий напряженности магнитных полей прямолинейного проводника, кольцеобразного проводника и соленоида?