

Лабораторная работа № 1-13

ЗАКОН ГУКА

Цель работы

Экспериментальная проверка выполнимости закона Гука для деформации растяжения пружин и резинового образца. Изучение явления упругого гистерезиса.

Теоретическое введение

Реальное твердое тело под действием внешних сил изменяет свою форму и размеры (деформируется). Если эти деформации исчезают после снятия внешних сил, то такие деформации являются упругими. При растяжении металлического стержня (рис 1.) эти деформации прямо пропорциональны величине действующей внешней нагрузки и длине стержня и обратно пропорциональны площади поперечного сечения и некоторой константе, характеризующей упругие свойства металла. Эта константа называется модулем упругости первого рода E (модулем Юнга) и имеет размерность $\frac{H}{M^2}$ (Па).

Зависимость абсолютного удлинения металлического стержня от приложенной силы определяется законом Гука:

$$\Delta \ell = \frac{F \ell_0}{ES}, \quad (1)$$

где F – приложенная внешняя сила (нагрузка), Н;

ℓ_0 - начальная длина стержня, м;

S – площадь поперечного сечения, м²;

E – модуль упругости металла (модуль Юнга), Па.

Классическое выражение закона Гука может быть представлено в другом виде, если принять условие равномерного распределения сил упругости и допущение об однородности и изотропности материала в поперечном сечении стержня:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$ - относительная продольная деформация,

$\sigma = \frac{F}{S}$ - нормальное напряжение в поперечном сечении.

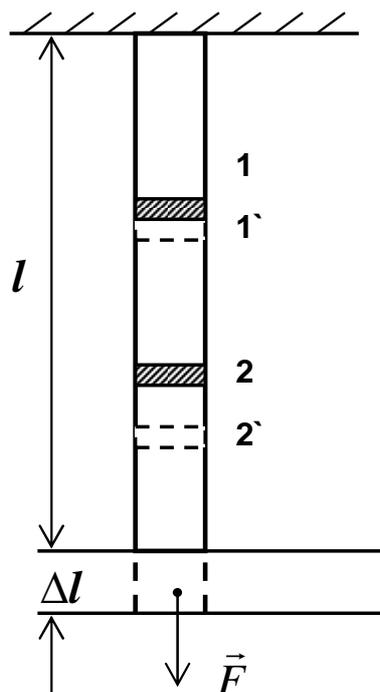


Рис. 1. Деформация растяжения однородного стержня.

В отличие от выражения (1) такое представление закона Гука позволяет анализировать упругую деформацию на различных участках стержня при изменении механических свойств материала и величины площади поперечного сечения по длине стержня.

Продольная деформация стержня сопровождается изменением его поперечных размеров, которое количественно может быть оценено величиной относительной поперечной деформацией:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d_0}, \quad (3)$$

где d_0 - первоначальный диаметр стержня,

Δd - абсолютное изменение диаметра.

При деформации растяжения продольная деформация по величине является положительным числом, а поперечная – отрицательным. Но их отношение постоянно для конкретного материала и является упругой константой – коэффициентом Пуассона:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|.$$

Действующая внешняя сила (нагрузка), деформируя образец, совершает работу. Учитывая линейную зависимость между нагрузкой и абсолютной деформацией, каждому приращению нагрузки соответствует приращение деформации.

Тогда элементарная работа, совершаемая нагрузкой, определяется по формуле:

$$\delta A_i = F_i \cdot d\delta,$$

а полная величина работы, полученная путем суммирования элементарных работ по области в виде прямоугольного треугольника для линейной зависимости $F(\Delta l)$ на участке неупругой деформации —

$$A = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l, \quad (4)$$

где $d\delta$ — абсолютная деформация бесконечно малого отрезка длины стержня, Δl — абсолютная деформация всего стержня.

Произведенная внешней нагрузкой работа в соответствии с законом сохранения механической энергии переходит в потенциальную энергию упругой деформации, которая при снятии внешней нагрузки возвращает стержень в исходное состояние (происходит полное восстановление формы и размеров тела):

$$A = U$$

Зная геометрические размеры деформируемого тела, можно определить удельную потенциальную энергию упругой деформации:

$$u = \frac{A}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot \Delta l}{S \cdot l} = \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon, \quad (5)$$

где V – объем всего стержня,

Этот результат позволяет делать оценку деформации стержня, имеющего переменные по длине механические характеристики и геометрические размеры.

При дальнейшем увеличении внешней нагрузки деформации достигают значений, при которых образец не восстанавливает полностью свою форму и размеры. В этом диапазоне напряжений материал становится пластичным.

На рис. 2 представлена типичная диаграмма растяжения металлического образца, где $\sigma = \frac{F}{S_0}$ и $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$. Участок прямой пропорциональности, на котором справедлив закон

Гука, заканчивается значением напряжения, который называется пределом пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$. Далее напряжение увеличивается до значения предела упругости σ_y при сохранении упругого состояния образца во всем объеме. При напряжении, равном пределу текучести σ_T наступает состояние пластичности материала. При этом деформации растут без заметного увеличения напряжений, и кроме упругих, появляются остаточные деформации, которые не исчезают при разгрузке металлического образца.

В процессе пластической деформации происходит упрочнение металла и для дальнейшей деформации необходимо увеличивать действующее напряжение. На

диаграмме появляется участок упрочнения, а напряжение увеличивается до достижения своего максимума, который называется пределом прочности или временным сопротивлением разрыву σ_b . При достижении наибольшего напряжения σ_b начинается локальная деформация образца (местное утонение поперечного размера) с последующим разрывом (точка С) при напряжении σ_c . Указанные напряжения называются механическими характеристиками материалов.

Для упругой системы в виде металлической спиральной пружины (рис. 3) закон Гука упрощается:

$$\Delta l = \frac{1}{k} F, \quad (6)$$

где k – жесткость пружины, $\frac{H}{m}$.

Для полимерных материалов, например резины, закон Гука не выполняется даже при начальной стадии деформации. Нелинейная зависимость между внешней нагрузкой и абсолютной деформацией позволяет оценить явление механического упругого гистерезиса, когда кривые нагружения и разгрузки не совпадают. Величина удлинения так же зависит от предыстории резинового образца. Кривая, соответствующая постепенному увеличению приложенной нагрузки, не совпадает с кривой, соответствующей плавному уменьшению силы, приложенной к образцу. Такое явление называют упругим гистерезисом. Если подвергнуть растяжению тот же самый резиновый образец, то его удлинение Δl будет значительно больше, чем удлинение нового образца.

Гистерезис кривой растяжения вызван двумя причинами: с одной стороны возврат к первоначальной форме мгновенно происходит лишь только у части образца, тогда как остальная часть принимает прежние размеры в течение нескольких часов. Этот обратимый процесс называют упругим последствием, материал реагирует как вязкая среда. С другой стороны, как только предел упругости превышен, начинается изменение внутренней структуры материала, что приводит к изменению формы образца. Данный процесс является необратимым, поскольку работа, связанная с изменением структуры тела превращается в тепло.

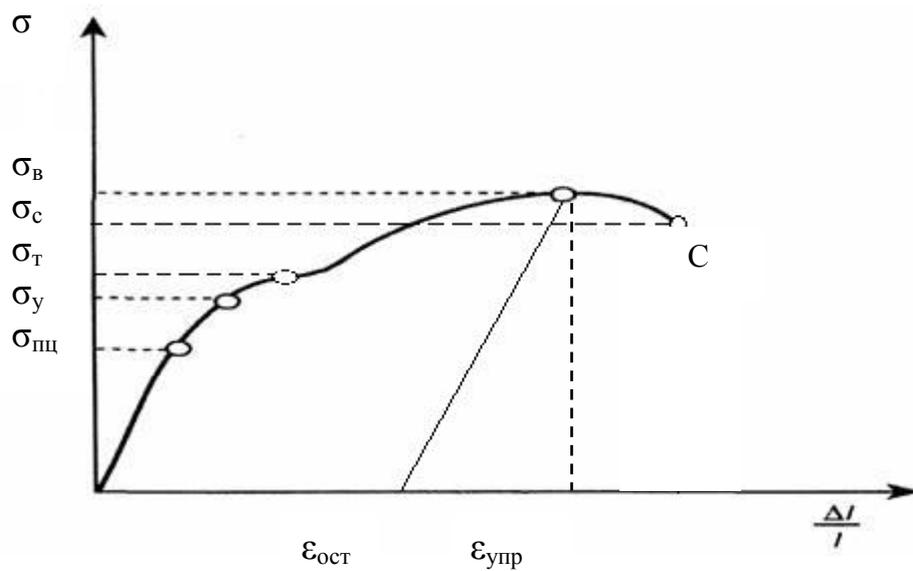


Рис. 2. Диаграмма растяжения пластичного цилиндрического образца.

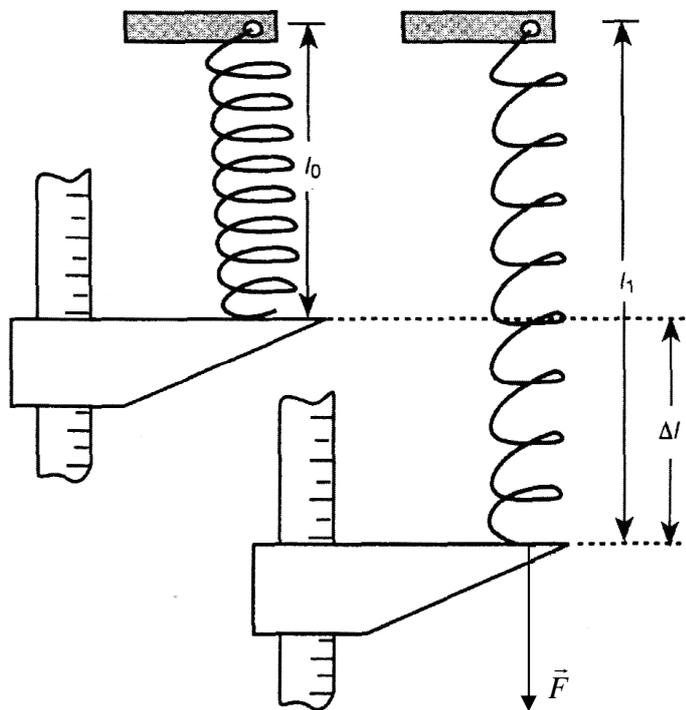


Рис. 3. Схема измерения абсолютного удлинения спиральной пружины.

Описание экспериментальной установки.

Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 4.

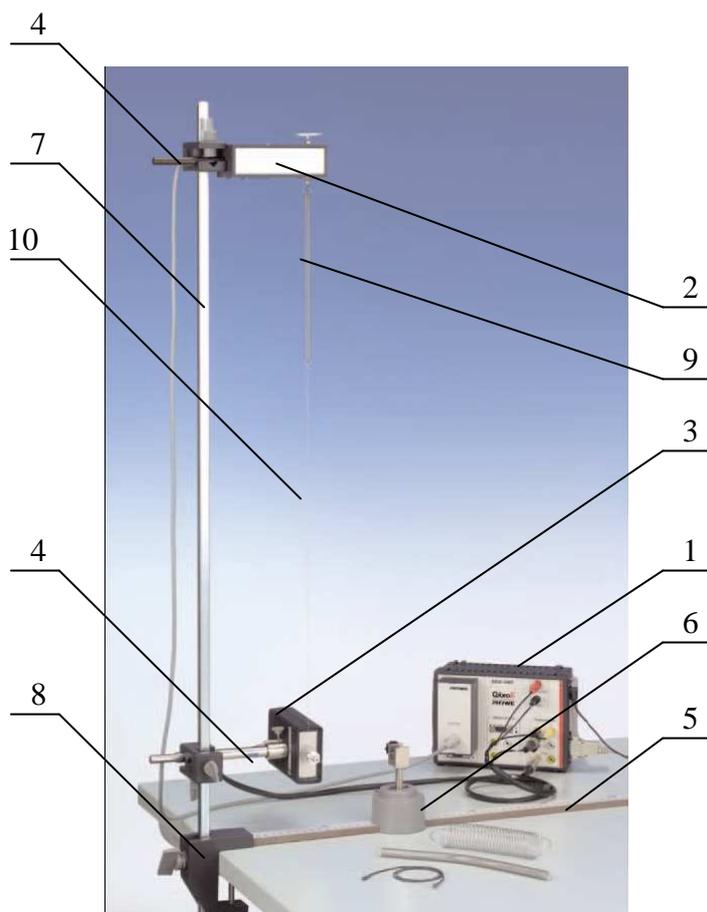


Рис. 4. Общий вид установки

1 — блок сопряжения с компьютером Cobra 3; 2 — датчик силы; 3 — датчик перемещений; 4 — крепления датчиков; 5 — измерительная линейка (шкала определения перемещений); 6 — круглое основание; 7 — четырехгранная стойка; 8 — настольный зажим; 9 — спиральная пружина; 10 — нейлоновая нить

Спиральная пружина 9 закрепляется в устройстве датчика силы 2. К нижнему концу пружины крепится нейлоновая нить, которая через шкив датчика перемещений (на шкиве есть углубление, нитью вокруг него делается виток) закрепляется на стойке круглого основания 6. При перемещении основания 6 вдоль измерительной линейки 5 нить натягивает пружину и одновременно приводится во вращение шкив датчика перемещений. Сигнал с датчика силы 2 и датчика перемещения 3 передается на блок Cobra 3, а затем обрабатывается компьютерной программой.

Порядок выполнения работы.

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, а также инструкции по выполнению работы, находящиеся на рабочем месте студента в лаборатории.

Студентам запрещается:

- самостоятельно проводить подключение блока сопряжения Cobra 3 к установке;
- подключать компьютер и блок питания;
- проводить настройку датчиков силы и перемещения;
- осуществлять сборку установки и присоединение экспериментальных образцов.

1. Под руководством лаборанта или преподавателя студент проверяет установку: закрепление пружины (резинового образца), нити, соединение блока сопряжения с блоком питания, датчиками и компьютером (рис. 5)

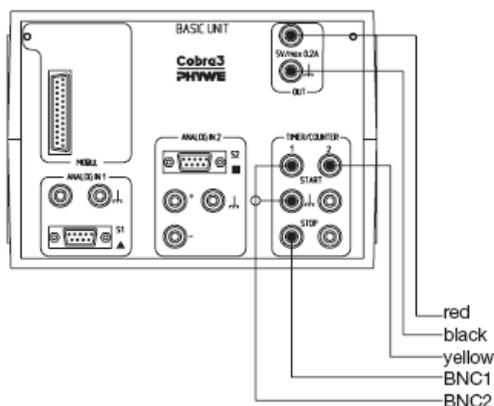


Рис. 5. Схема соединения датчиков с блоком Cobra 3 и подключения питания.

2. Запустить компьютерную программу измерений

3. В общем окне (рис. 6) проверить тексты во всех окнах, имеющих яркое изображение:

- Force F, Distance, User input,

- Наличие меток V в малых окошках

- Если текст «S1:...» имеет темный фон, то в окошке Sorted следует сделать два нажатия левой кнопкой,

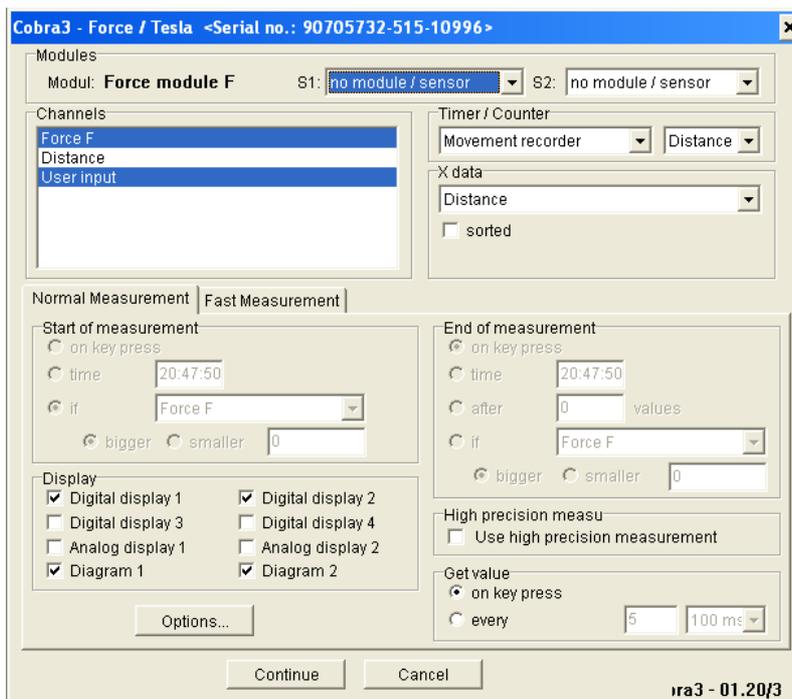


Рис. 6. Вид общего окна настройки измерений.

- Проверить настройку канала записи усилия «Force F» двукратным нажатием в окошке «Digital display 1» левой кнопкой (рис. 7, выход из дополнительного окна нажатием «OK»)

- Проверить настройку канала записи перемещения «Distance» двукратным нажатием в окошке «Digital display 2» левой кнопкой (рис. 8, выход из дополнительного окна нажатием «OK»)

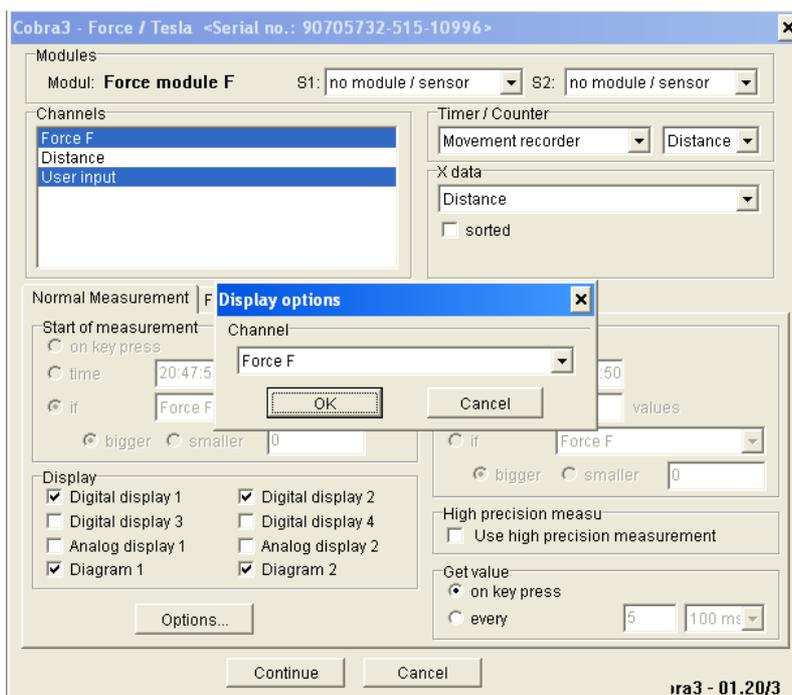


Рис. 7. Проверка канала записи усилия.

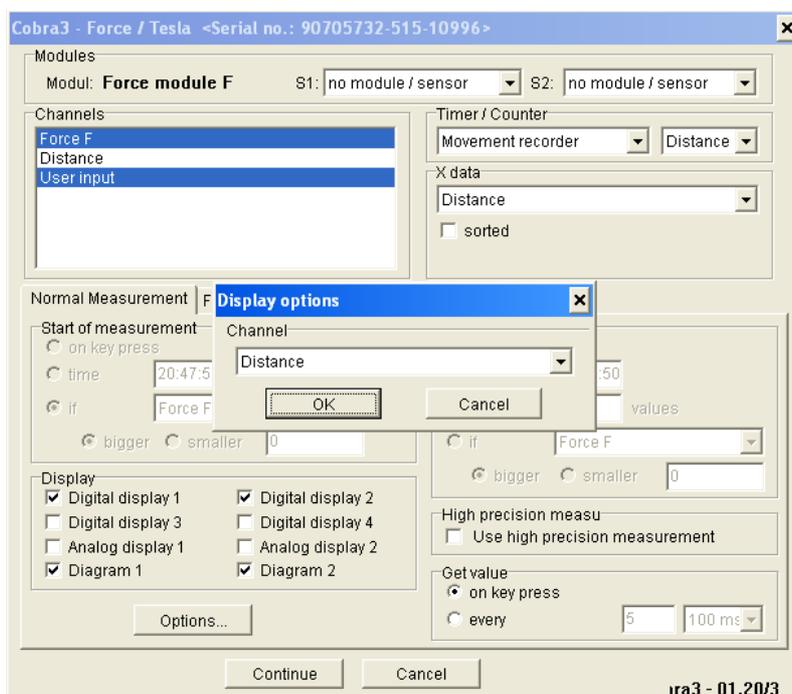


Рис. 8. Проверка канала записи перемещений.

4. В общем окне (рис. 6) установить метки двукратным нажатием левой кнопки в окошках Diagram 1 и Diagram 2. В дополнительном окне (рис. 9) проверить диапазон измерения усилия (0-10 Н) и перемещения (0-10 см). Вторая диаграмма необходима в случае превышения запланированных показателей по нагрузке или перемещению и обеспечивает изображение экспериментальной диаграммы в другом масштабе. Каждый раз после проверки для выхода из дополнительного окна необходимо нажимать «ОК».

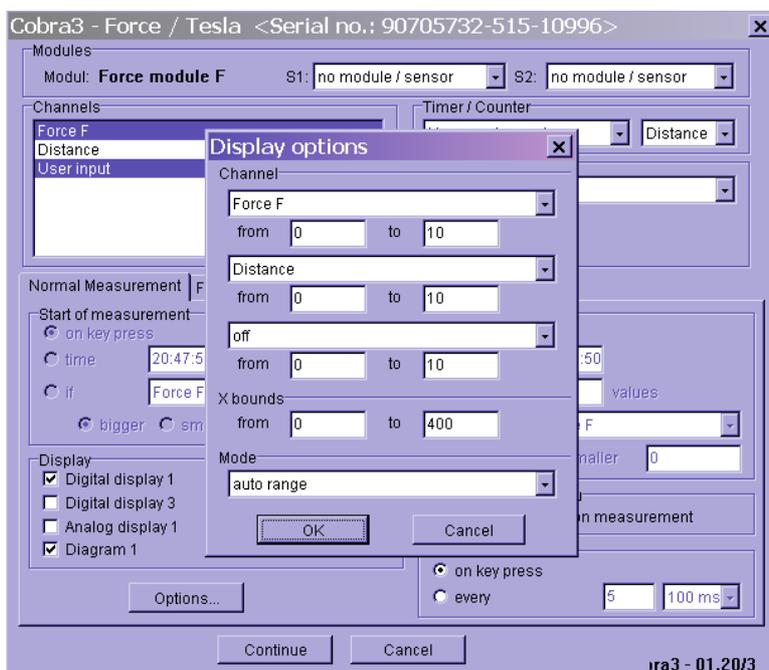


Рис. 9. Установка диапазона изменения усилия и перемещения.

5. Провести калибровку датчика силы. Для этого в общем окне (рис. 6) нажать «Options», войти на дополнительное окно «Options» (рис. 10), проверить содержание окна,

для выхода нажать «ОК» (смена содержания окна «Options» осуществляется однократным нажатием левой кнопки при установке стрелки курсора в левом верхнем углу дополнительного окна на «Force»). Для калибровки датчика силы (в общем окне рис.6) нажать «Options», в дополнительном окне «Options» последовательно нажать «Calibration», метку Force F, «Calibrate» и после появления отклика «Calibrated» нажать «ОК».

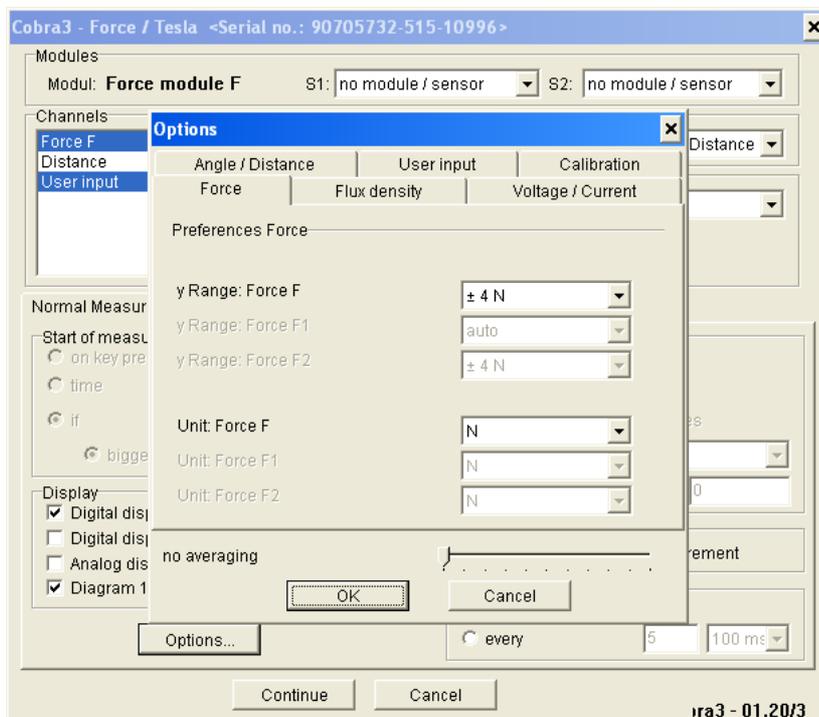


Рис. 10. Проверка параметров датчика силы.

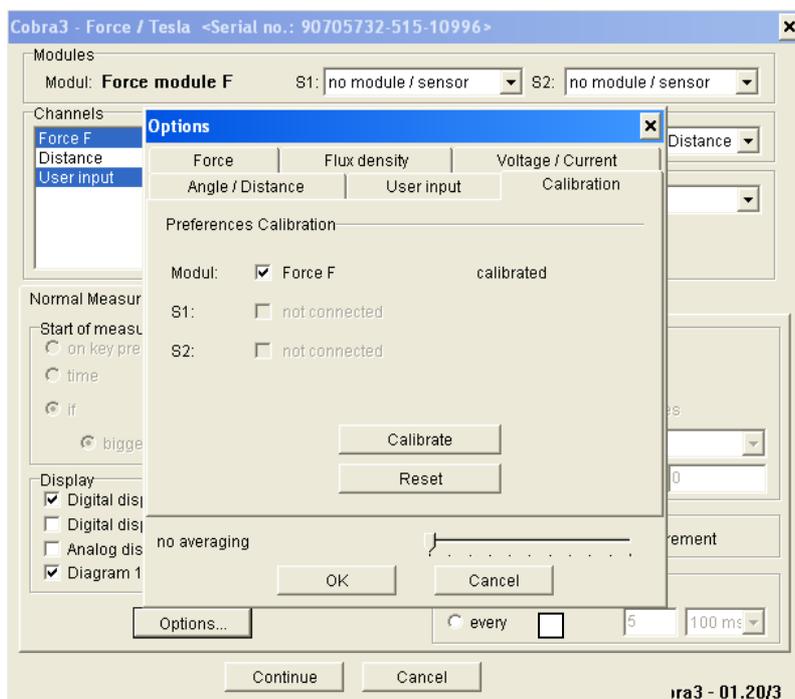


Рис. 11. Калибровка датчика силы.

6. Провести настройку и калибровку датчика перемещений. В общем окне (рис. 6) нажать «Options», выйти на дополнительное окно «Options» (рис. 12).

Для смены содержания окна осуществить однократное нажатие левой кнопки при установке стрелки курсора в левом верхнем углу на «Angle/Distance». Для изменения единицы измерения перемещения установить стрелку курсора в строке «Unit Distance», вызвать меню, выбрать «cm», затем «OK» (рис. 13).

Для калибровки датчика перемещения в общем окне (рис. 6) нажать «Options», войти в дополнительное окно «Options», и в режиме «Angle/Distance» (рис. 13), нажать «Start», потом медленно перемещать круглое основание по линейке на 10-12 см, затем нажать на «Stop» и «OK». После этого вернуть круглое основание в исходное положение.

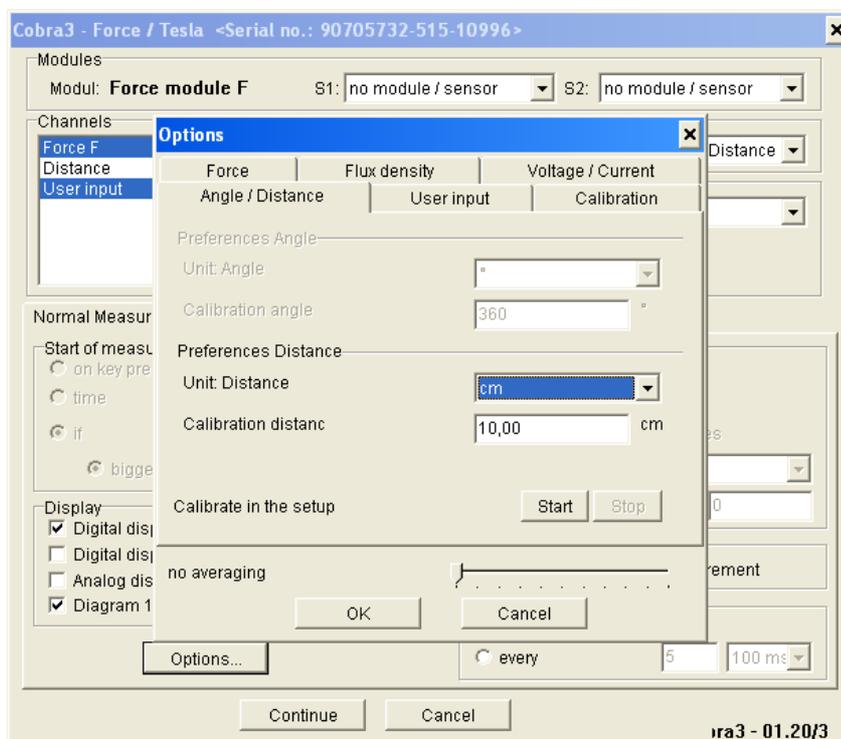


Рис. 12. Настройка датчика перемещения.

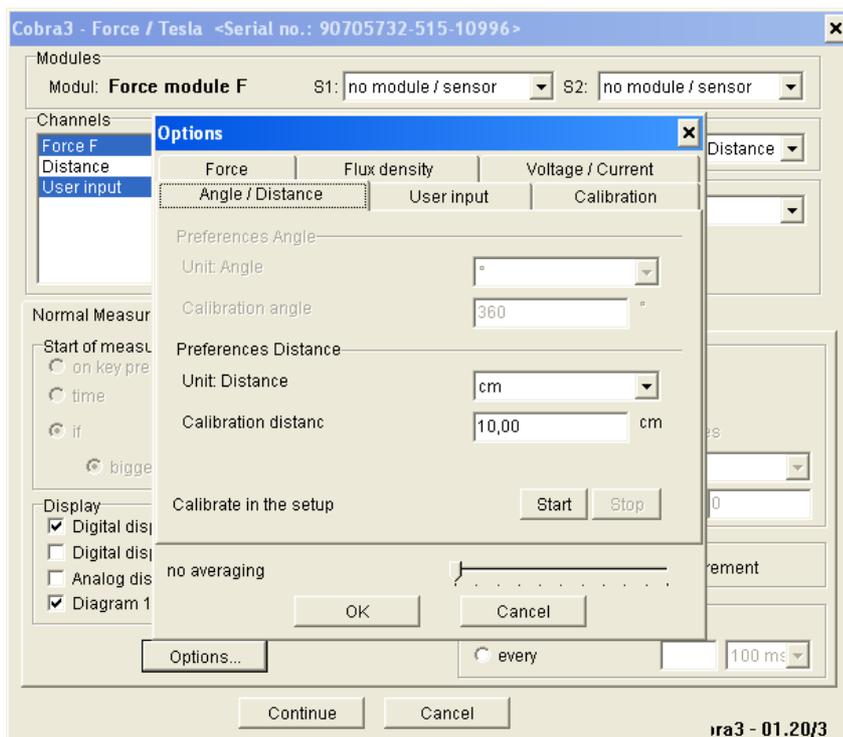


Рис. 13. Содержание окна после настройки.

7. Провести измерения значений силы и перемещения.

В общем окне (рис. 6) нажать на «Continue». После появления нового окна (рис. 14) установить стрелку курсора на «Save value» и нажатием левой кнопки мыши фиксировать текущие значения усилия перемещения каждый раз после передвижения круглого основания на 10-12 мм.

При достижении значений усилия (3,5-3,8) Н или перемещения (10-12) см провести разгрузку, каждый раз фиксируя текущие значения нажатием левой кнопки. Необходимо следить за изменениями показаний и не допускать появления в окнах отрицательных значений.

По окончании опыта нажать на «Close».

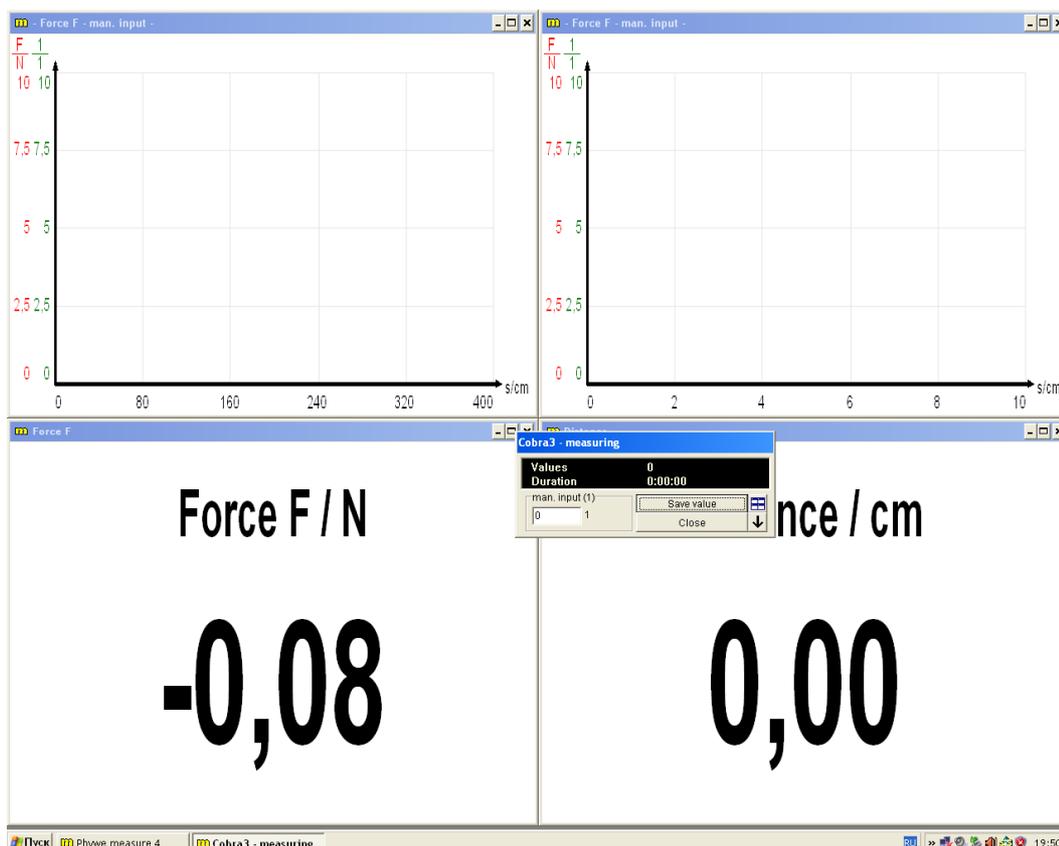


Рис. 14. Вид окна измерений.

8. Проанализировать полученные диаграммы нагружения и разгрузки. Убедиться в наличии двух графиков на экране (рис. 15).

Вывести таблицу результатов путем нажатия на клавишу вывода (левый верхний угол экрана, 5-я слева) (рис. 16). Полученные значения опыта № 1 занести в таблицу 1 результатов измерений.

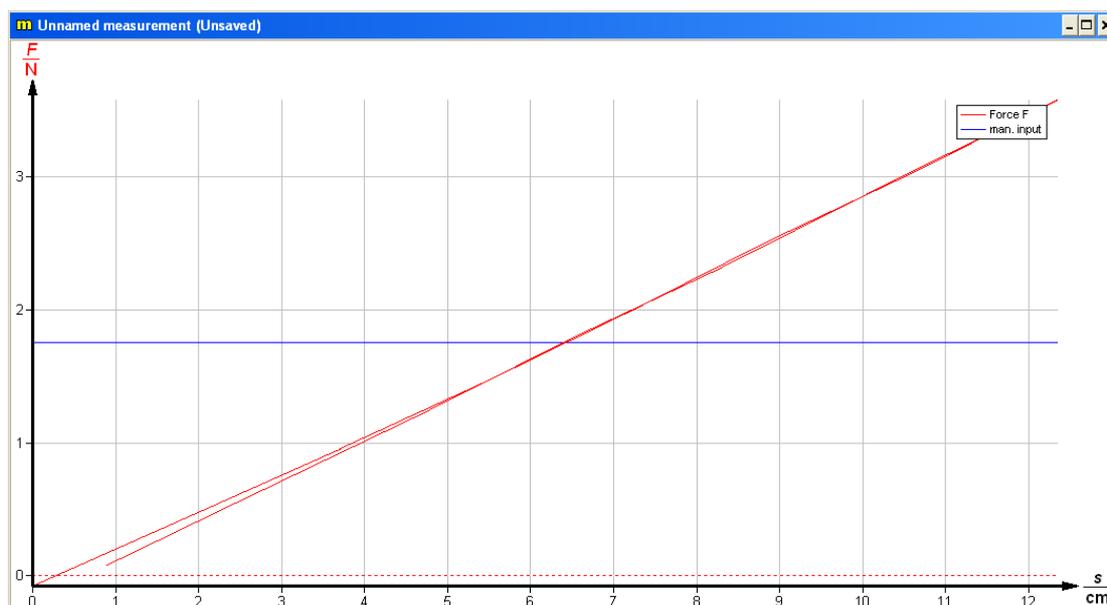


Рис. 15. Вид диаграммы нагружения и разгрузки.

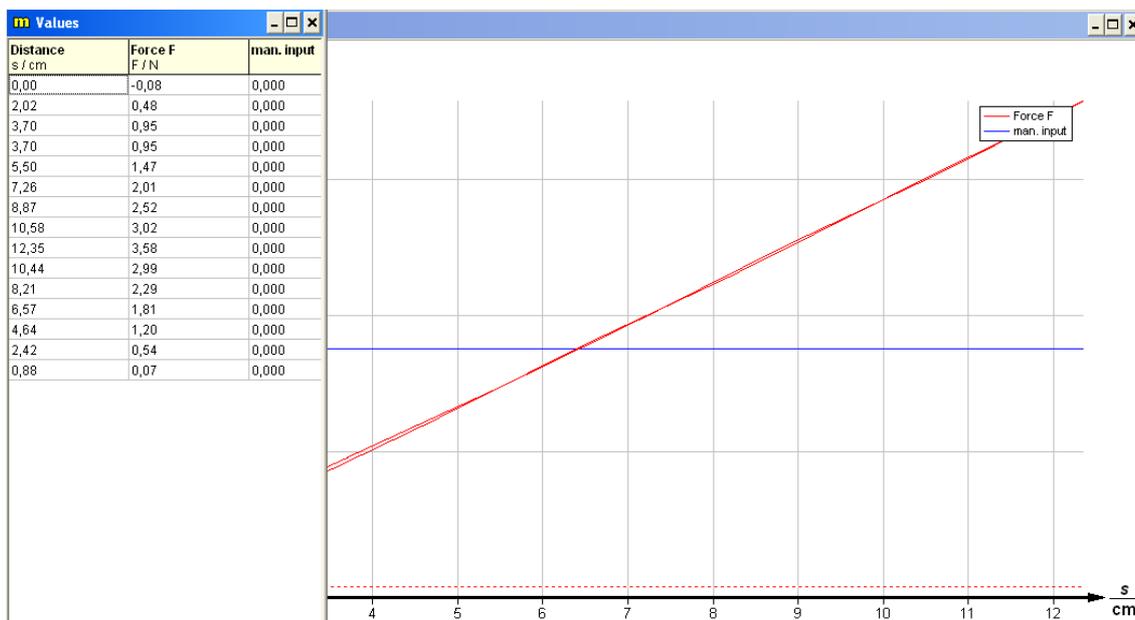


Рис. 16. Таблица результатов измерений.

9. Повторить опыт, начиная с пункта 2 данного раздела. Результаты опыта № 2 занести в таблицу 2.
10. Выбрать наиболее «удачный» вариант для последующей обработки результатов.
11. Повторить опыт № 3 для резинового образца и занести результаты в таблицу 3.

Таблица 1. Результаты измерений усилия F и удлинения $\Delta\ell$ для пружины.

Опыт № 1

№ п/п	$F_i, Н$	$\Delta\ell, мм$	$k_i, \frac{Н}{м}$	\bar{k}
1				
2				
3				
...				
20				

Таблица 2. Результаты измерений усилия F и удлинения Δl для пружины.

Опыт № 2

№ п/п	$F_i, Н$	$\Delta l, мм$	$k_i, \frac{Н}{м}$	\bar{k}
1				
2				
3				
...				
20				

Таблица 3. Результаты измерений усилия F и удлинения Δl для резинового образца.

Опыт № 3

№ п/п	Нагрузка			Разгрузка		
	$F_i, Н$	$\Delta l, мм$	$k_i, \frac{Н}{м}$	$F_i, Н$	$\Delta l, мм$	$k_i, \frac{Н}{м}$
1						
2						
3						
...						
20						

Обработка результатов эксперимента

1. Вычислить значения коэффициента жесткости пружины в первом и втором опыте, определить среднее значение, абсолютную и относительную погрешности (результаты первой и последней строк исключить из расчетов):

$$k_i = \frac{F_i}{\Delta l_i},$$

$$\bar{k} = \frac{\sum_i k_i}{n} \text{ - среднее арифметическое значение,}$$

$$\Delta k_i = |k_i - \bar{k}| \text{ - абсолютная погрешность } i\text{-го измерения,}$$

$$\Delta \bar{k} = \frac{\sum_i \Delta k_i}{n} \text{ - средняя арифметическая погрешность,}$$

$$\delta = \frac{\Delta \bar{k}}{\bar{k}} - \text{относительная погрешность,}$$

n – число замеров, участвующих в расчетах.

Результаты расчетов занести в таблицу 2.

Окончательный результат представить в виде $k = \bar{k} \pm \Delta \bar{k}$ и занести в таблицу 2.

2. Вычислить значения коэффициента жесткости k_i резинового образца для каждого шага нагружения. Остальные величины не вычисляются из-за нелинейной зависимости деформаций $\Delta \ell$ и усилия F (таблица 3).

3. Построить графики $F(\Delta \ell)$ для спиральной пружины и резинового образца.

Библиографический список

а) основной

1. Савельев И.В. Курс общей физики: в 5-ти кн., кн.1: учебное пособие для втузов, М.: АСТ Астрель, 2005г.-336 с., с.69-73.

б) дополнительный

2. Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г. Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. М.: МИСиС. 2007.-107с.

Контрольные вопросы

1. Какие деформации твердых тел являются упругими и пластическими (остаточными)?

2. Как формулируется линейный закон Гука и от каких величин зависит абсолютная продольная деформация цилиндрических образцов.

3. Какова размерность входящих в закон Гука величин и какой физический смысл модуля упругости первого рода и коэффициента Пуассона?

4. Как формулируется закон Гука для металлической спиральной пружины и какой физический смысл и какая размерность жесткости пружины?

5. В чем заключается сущность упругого механического гистерезиса при растяжении полимерных материалов?

6. Как вычисляются абсолютная и относительная погрешности определения жесткости пружины в лабораторных условиях?

Индивидуальные задания

Задание 1

1. Объяснить схему возникновения продольных и поперечных деформаций в образце при действии растягивающей силы.

2. Перечислить механические характеристики материалов.
3. Провести измерения и вычислить коэффициент жесткости спиральной пружины, оценить погрешность определяемой величины, построить график зависимости $F(\Delta l)$.

Задание 2

1. Сформулировать закон Гука для деформации растяжения. Объяснить физический смысл модуля Юнга и коэффициента Пуассона.
2. Объяснить причину нелинейности между напряжениями и деформации для резинового образца. Что такое гистерезис.
3. Провести измерения коэффициента жесткости спиральной пружины и оценить нелинейность деформации резинового образца, построить графики зависимости $F(\Delta l)$ для спиральной пружины и резинового образца.

Задание 3

1. Написать выражение связи деформаций и напряжений при растяжении металлического стержня на участке упругой деформации и дать описание входящих в него величин.
2. Дать определение удельной и полной потенциальной энергии упругой деформации для случая растяжения цилиндрического образца.
3. Экспериментально определить коэффициент жесткости спиральной пружины, оценить абсолютную и относительную погрешности полученной величины. Построить диаграмму нагружения и разгрузки.

Задание 4

1. Используя диаграмму растяжения пластического образца показать область упругой и пластической деформации, а также зоны образования местной деформации и разрушения.
2. Вывести формулу для определения удельной потенциальной энергии упругой деформации.
3. Сделать оценку величины механического гистерезиса резинового образца для различных значений абсолютной деформации по данным опыта № 3.