

Лабораторная работа № 2-06

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д.И. Блохин

Цель работы

Измерение вращающего момента сил, действующего на рамку с током в однородном магнитном поле.

Теоретическое введение

Взаимодействие токов в проводниках осуществляется через поле, называемое магнитным. Название “магнитное поле” связано с тем, что поле, возбуждаемое током, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. В опыте Эрстеда проволока, по которой протекал ток, была натянута над магнитной стрелкой, вращающейся на игле. При включении тока стрелка устанавливалась перпендикулярно к проволоке. Изменение направления тока на обратное заставляло стрелку повернуться в противоположную сторону. Из опыта Эрстеда следует, что магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной. Эту величину обозначили буквой \vec{B} и по историческим причинам назвали магнитной индукцией. Магнитная индукция \vec{B} является основной силовой характеристикой магнитного поля.

Магнитное поле порождается движущимися зарядами. Движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства – создают магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы. Выражение для магнитной силы $d\vec{F}$, действующей на элемент тока $I d\vec{l}$ в магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 6.1), было получено экспериментально Ампером и носит название закона Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}] . \quad (6.1)$$

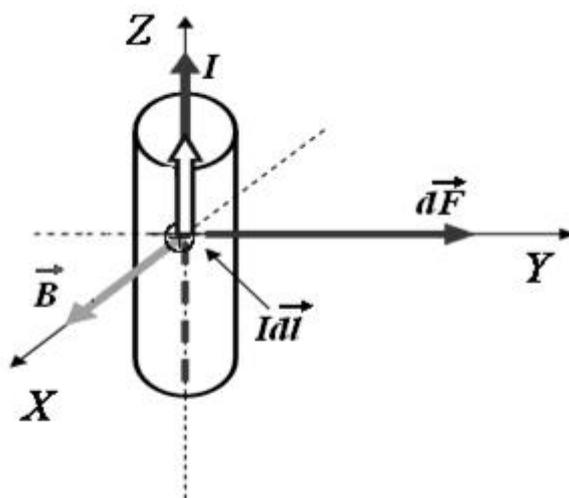


Рис. 6.1. Сила Ампера, действующая на элемент проводника с током в магнитном поле.

Индукция магнитного поля – это векторная величина, модуль которой определяется отношением максимальной (при $\alpha = \pi/2$) силы Ампера, действующей на проводник с током в магнитном поле, к силе тока в этом проводнике и его длине:

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}, \quad (6.2)$$

где I – сила тока в проводнике, l – его длина в магнитном поле.

Единица магнитной индукции – тесла (Тл). Тесла – магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по проводнику течет ток 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}.$$

Магнитное поле изображают графически посредством силовых магнитных линий – воображаемых линий, в любой точке которых вектор магнитной индукции направлен по касательной к ним. Направление линий магнитной индукции определяется правилом векторного произведения (правилом правого винта или буравчика): если поступательное движение винта

соответствует направлению тока в проводнике, то направление вращения винта (буравчика) задает направление линий магнитной индукции (рис. 6.2).

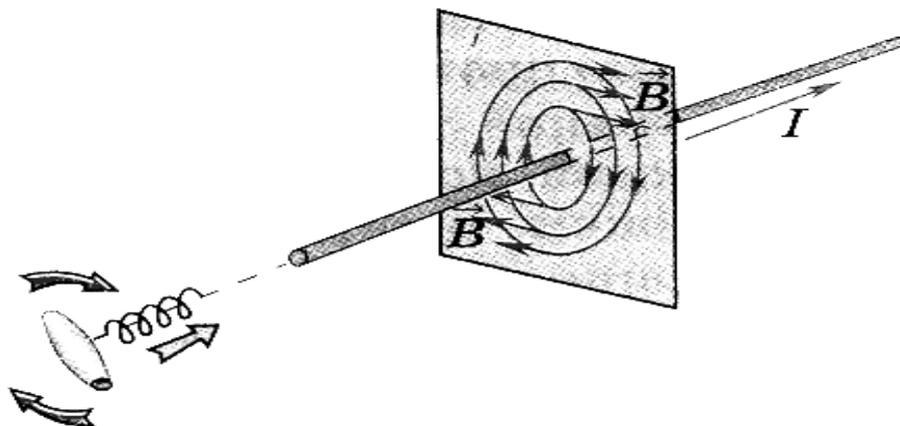


Рис. 6.2. Силовые линии магнитного поля прямого тока.

Силовые линии магнитной индукции прямолинейного проводника с током имеют вид окружностей с центром на оси проводника (см. рис. 6.2).

Густоту магнитных линий договорились выбирать такой, чтобы число силовых линий, пересекающих некоторую единичную площадку, расположенную перпендикулярно к ним, было равно величине индукции магнитного поля в этом месте. Чем гуще будут располагаться в некоторой области магнитные линии, тем больше будет индукция магнитного поля. Магнитные линии замкнуты сами на себя и никогда не пересекаются.

Если во всех точках пространства вектор магнитной индукции \vec{B} имеет одинаковое по модулю значение и одинаковое направление, то такое магнитное поле называют *однородным*.

Выясним, как действует магнитное поле на пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре малых размеров. Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением положительной нормали \vec{n} к контуру, связанной с направлением тока правилом правого винта (рис. 6.3).

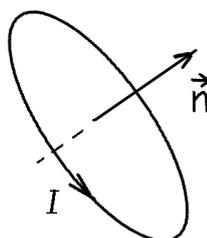


Рис. 6.3. Положительная нормаль к контуру с током.

Поместив пробный контур в магнитное поле, мы обнаружим, что поле устанавливает контур положительной нормалью в определенном направлении, совпадающем с направлением поля в данной точке. Если контур повернуть так, чтобы направления нормали и поля не совпадали, возникает вращающий момент сил, стремящийся вернуть контур в равновесное положение. Модуль этого момента зависит от угла α между нормалью и направлением поля, достигая наибольшего значения при $\alpha = \pi/2$.

Вращающий момент зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств контура. Внося в одну и ту же точку поля разные пробные контуры можно обнаружить, что вращающий момент пропорционален силе тока I в контуре и площади S контура, обтекаемого током, а также зависит от ориентации его в пространстве. Таким образом, действие магнитного поля на плоский контур с током определяется величиной

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (6.3)$$

которую называют *дипольным магнитным моментом* контура. Единицей магнитного момента является ампер-квадратный метр ($A \cdot m^2$).

Отношение вращающего момента сил поля к дипольному моменту рамки оказывается при фиксированном α одним и тем же. Поэтому его можно принять в качестве силовой характеристики магнитного поля – модуля магнитной индукции B . Направление вектора магнитной индукции поля задается равновесным положением положительной нормали к контуру с током, помещённому в данное магнитное поле.

Для магнитного поля справедлив *принцип суперпозиции*: поле \vec{B} , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей \vec{B}_i , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i. \quad (6.4)$$

Закон Био-Савара-Лапласа. Био и Савар провели исследование магнитных полей, создаваемых токами, текущими по тонким проводам различной формы. Лаплас проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и установил зависимость, которая получила название закона Био-Савара-Лапласа. Согласно этому закону магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока. Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины dl , Лаплас получил формулу

$$d\vec{B} = k \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (6.5)$$

где k – коэффициент пропорциональности, $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в которую течет ток, \vec{r} – вектор, проведенный от элемента тока в ту точку пространства, в которой определяется $d\vec{B}$, r – модуль этого вектора \vec{r} (рис. 6.4).

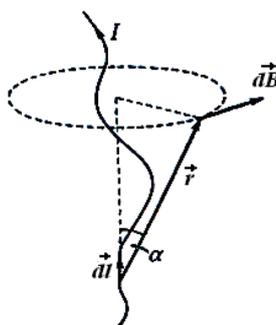


Рис. 6.4. Иллюстрация к закону Био-Савара-Лапласа.

Коэффициент пропорциональности k в формуле (6.5) в СИ равен $\mu_0/4\pi$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Н/А}^2$ – магнитная постоянная. Следовательно, в СИ формула (6.5) имеет вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (6.6)$$

Модуль выражения (6.6) определяется формулой

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (6.7)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Индукция магнитного поля кругового тока. Пусть ток силой I течет по круговому проводнику (т. е. проводник имеет форму окружности) радиусом R . При этом магнитные линии этого тока будут иметь вид окружностей, охватывающих проводник и располагающихся в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Если вращать головку правого винта по току, то поступательное движение винта покажет направление вектора индукции поля кругового тока в его центре (рис. 6.5).

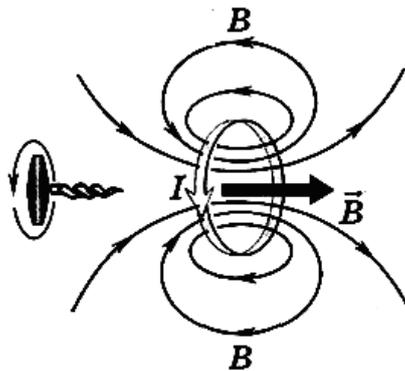


Рис. 6.5 . Силовые линии кругового тока.

На рис. 6.5 круговой ток течет по часовой стрелке и вектор индукции магнитного поля этого тока \vec{B} направлен в центре кругового тока горизонтально вправо. Величина индукции B магнитного поля в центре кругового витка с током радиусом R и силой тока I определяется по формуле:

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R} \quad (6.8)$$

Индукция магнитного поля в центре кругового витка с током прямо пропорциональна силе тока и обратно пропорциональна радиусу витка.

Для точки, находящейся на оси витка на расстоянии r от центра (рис. 6.6, а), величина индукции магнитного поля определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \quad (6.9)$$

Направление вектора \vec{B} также совпадает с направлением положительной нормали к контуру вдоль оси витка (рис. 6.6 б).

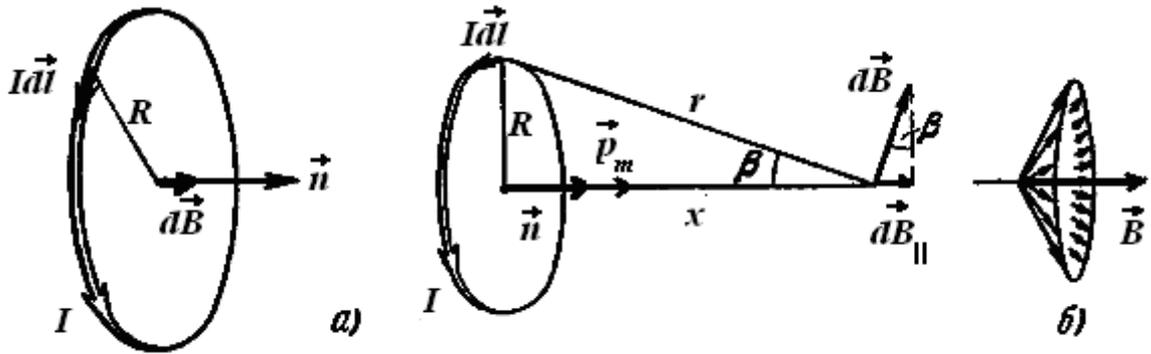


Рис. 6.6. Индукция магнитного поля на оси кругового витка с током.

Из рис. 6.6 видно, что вектор \vec{B} является суммой векторов $d\vec{B}$ полей, создаваемых отдельными участками $d\vec{l}$ контура и образующих симметричный конический веер. При $r = 0$ формула (6.9) переходит в формулу (6.8).

Магнитное поле катушки с током. Для получения однородного магнитного поля используют катушку с током – соленоид. Линии магнитной индукции катушки, «проявленные» с помощью железных опилок, изображены на рис. 6.7.

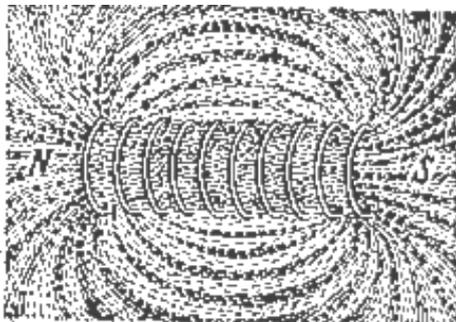


Рис. 6.7. Силовые линии магнитного поля катушки с током.

Видно, что магнитное поле внутри катушки однородно. Действительно, если представить себе бесконечно длинную катушку в виде отдельно стоящих параллельных витков, то как видно из рис. 6.8, каждая пара витков,

расположенных симметрично относительно некоторой плоскости перпендикулярной к оси катушки, создаёт в любой точке этой плоскости магнитную индукцию, параллельную оси.

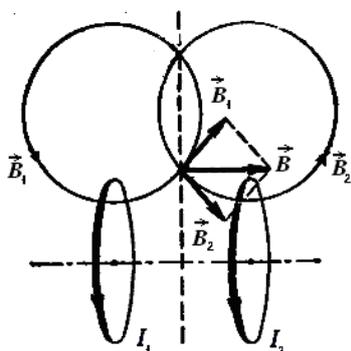


Рис. 6.8. Магнитная индукция пары параллельных витков с током.

Из параллельности вектора \vec{B} оси катушки вытекает, что поле как внутри, так и вне бесконечно длинного соленоида должно быть однородным. Величина индукции магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида рассчитывается по формуле:

$$B = \mu_0 n I , \quad (6.10)$$

где n – число витков на единицу длины соленоида; произведение nI называется числом ампер-витков на метр.

Направление магнитной индукции \vec{B} поля тока в катушке определяют по правилу правого винта так же, как для кругового тока.

Магнитная индукция у конца полубесконечного соленоида на его оси:

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I . \quad (6.11)$$

Практически, для реального соленоида, если его длина значительно больше диаметра, формула (6.10) справедлива для точек в средней части соленоида, а формула (6.11) – для точек вблизи его концов.

Контур с током в однородном магнитном поле. По закону Ампера сила, действующая на каждый элемент длины dl контура с током в магнитном поле, определяется по формуле (6.1). Тогда сила, действующая на весь контур с током в магнитном поле, будет определяться выражением:

$$\vec{F} = I \oint [d\vec{l} \times \vec{B}],$$

где интеграл берется по всей длине замкнутого контура.

Так как $\vec{B} = \text{const}$ (магнитное поле однородно), то задача сводится к вычислению векторного интеграла $\oint d\vec{l}$, а такой интеграл равен нулю. Следовательно, сила \vec{F} равна нулю.

Этот результат справедлив для контуров любой формы (в том числе и не плоских) при произвольном расположении контура относительно направления поля. Существенным является лишь однородность поля.

Вычислим теперь результирующий вращающий момент, создаваемый силами, приложенными ко всем элементам контура (момент этих сил, в общем случае, не равен нулю). Поскольку в однородном поле сумма этих сил равна нулю, то результирующий момент относительно любой точки будет один и тот же.

Для простоты, рассмотрим плоский контур с током прямоугольной формы, расположенный в однородном магнитном поле таким образом, что положительная нормаль \vec{n} к контуру перпендикулярна вектору \vec{B} (рис. 6.9).

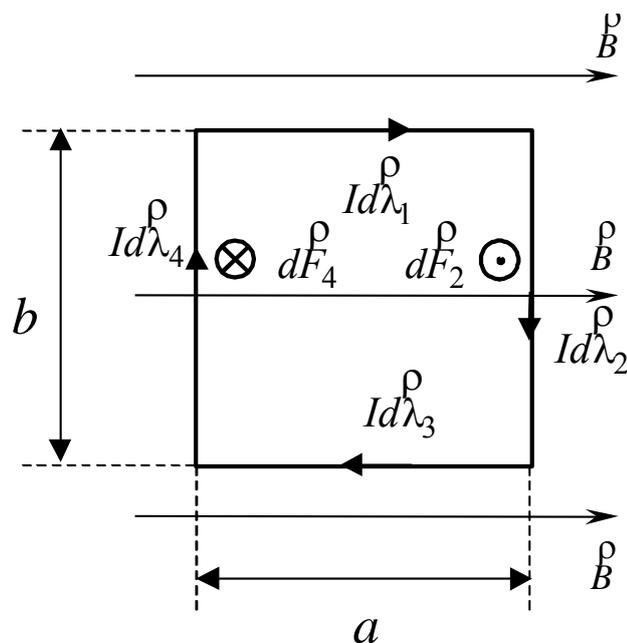


Рис. 6.9. Контур с током в однородном магнитном поле.

На различные элементы тока $Id\vec{\lambda}$ действуют силы (6.1):

$$d\vec{F} = I \cdot [d\vec{\lambda}, \vec{B}].$$

Поскольку $d\vec{\lambda}_1 \parallel \vec{B}$, а $d\vec{\lambda}_3 \parallel -\vec{B}$ (см. рис.6.9), то $dF_1 = dF_3 = 0$; при этом

$$dF_2 = dF_4 = Id\lambda_{2,4} \cdot B \neq 0.$$

Параллельные и противоположно направленные силы dF_2 и dF_4 образуют пару сил, результирующий момент которых равен

$$dM = dF \cdot a = (Id\lambda)B \cdot a.$$

Тогда суммарный момент, действующий на всю рамку, будет:

$$M = IbB \cdot a = IB S, \quad (6.12)$$

где $S = ab$ – площадь рамки.

При произвольной ориентации контура относительно направления \vec{B} , следует учитывать угол α между положительной нормалью \vec{n} к контуру и направлением поля \vec{B} .

В этом случае, вместо (6.12), необходимо писать:

$$M = IB S \sin \alpha. \quad (6.13)$$

В векторной форме вращающий момент (6.13) записывается в виде:

$$\vec{M} = I[\vec{n} \vec{B}] S = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad (6.14)$$

где \vec{p}_m – дипольный магнитный момент рамки, определяемый формулой (6.3).

Отметим, что полученное выражение (6.13) для величины результирующего момента M , справедливо для плоского контура любой формы. Поэтому, применительно к условиям данной работы, величину вращающего момента, действующего на круглую рамку с током в однородном магнитном поле катушек Гельмгольца, можно вычислить по формуле (6.13).

Индукция однородного поля внутри катушек Гельмгольца, учитывая формулу (6.9), геометрию и число витков катушек N , есть:

$$B = 0,715\mu_0 \frac{NI}{R}, \quad (6.15)$$

где R – радиус витков катушек Гельмгольца, I – ток в катушках Гельмгольца.

Для круглой рамки площадью $S = \pi d^2 / 4$, находящейся в однородном магнитном поле (6.15) катушек Гельмгольца, величина вращающего момента сил рассчитывается по формуле:

$$M = cmI_p \frac{\pi}{4} d^2 B \sin \alpha, \quad (6.16)$$

где c – постоянная установки, m – число витков рамки, I_p – ток рамки, d – диаметр рамки, α – угол ориентации нормали рамки по отношению к линиям поля катушек Гельмгольца.

Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки показан на рис. 6.10.

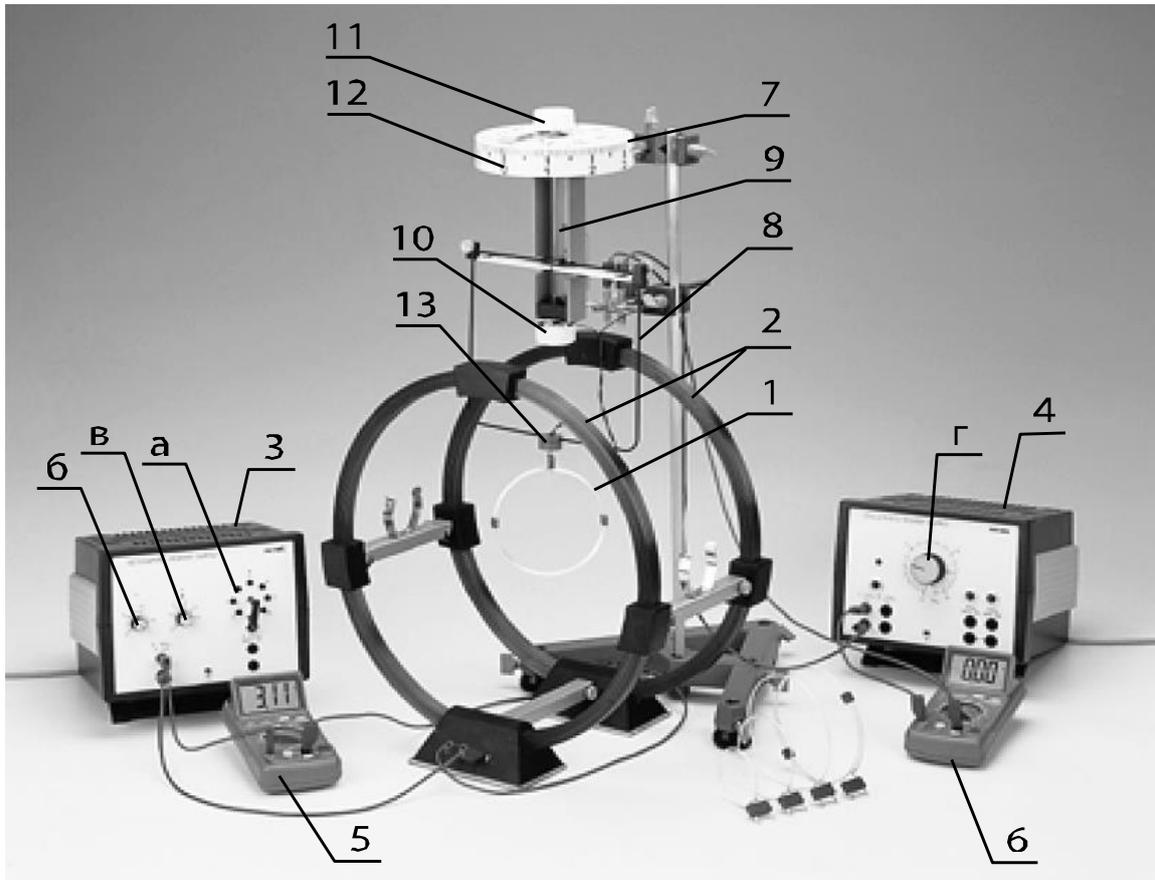


Рис. 6.10. Общий вид экспериментальной установки.

Рамка с током I помещена в магнитное поле, создаваемое катушками Гельмгольца 2, взаимное расположение и подключение которых наилучшим образом обеспечивает однородность поля между ними. Питание катушек и рамки осуществляется блоками питания 3 и 4 и контролируется универсальными измерительными приборами – мультиметрами 5 и 6. Необходимый ток в катушках Гельмгольца устанавливается с помощью переключателя «POWER» (а), ручки установки напряжения (б) и ручки установки тока (в) на блоке питания 3. Ток рамки устанавливается с помощью ручки (з) блока питания 4. Вращающий момент сил, действующих на рамку с током, определяется с помощью крутильных весов 7, закрепленных на штативе. «Нулевое» положение крутильных весов следует контролировать перед каждым измерением. При отсутствии вращающего момента, «0» указателя по шкале прибора должен соответствовать положению верхней стороны квадратного проволочного подвеса 8 вдоль установочной линейки 9, что можно откорректировать винтом 10.

При прохождении тока через рамку, под действием магнитного поля, она повернется, закрутив пружину весов. Чтобы определить закручивающий момент, надо вернуть рамку в начальное положение с помощью винта 11. При этом стрелка винта покажет на круговой шкале 12 величину момента вращающей силы, действующей на рамку с током (цена деления шкалы – $2,5 \cdot 10^{-4}$ Н·м). Рамка прикрепляется к подвесу с помощью поворотного устройства с прорезями 13, обеспечивающего положение рамки под различными углами положительной нормали по отношению к направлению магнитного поля катушек Гельмгольца. Для расчета теоретического момента $M_{\text{теор}}$ используется постоянная установки: $c = 4 \cdot 10^3$ при $N = 154$, $R = (20,0 \pm 0,1)$ см.

Перед выполнением работы заполните табл. 6.1.

Таблица 6.1 Технические данные приборов

Прибор	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Класс точности	Абсолютная приборная погрешность

Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории. Работу следует проводить в строгом соответствии с нижеизложенным порядком выполнения и в объеме, предусмотренном в индивидуальном задании. Кроме того, следует помнить, что замена измерительных рамок должна проводиться только при отключенном питании электроустановки.

Работу выполняйте в таком порядке:

1. Соберите установку, как показано на рис. 6.10. Цепь катушек Гельмгольца включает в себя: источник питания 3, мультиметр 5 и катушки Гельмгольца 2. Цепь рамки состоит из источника питания 4, мультиметра 6 и рамки 1 (выбор рамки - согласно «Индивидуальному заданию»).

2. Рамку 1 присоедините к крутильным весам 7 и расположите в однородном поле во внутренней области между катушками Гельмгольца так, чтобы нормаль к рамке была перпендикулярна к оси катушек Гельмгольца.

3. Установите нулевое положение стрелки по шкале 12 крутильных весов 4. Для этого с помощью винта 10 расположите верхнюю горизонтальную сторону квадрата подвеса над белыми «прорезями» установочной линейки 9.

4. Включите блок питания 3 с помощью клавиши на задней панели прибора. Установите ток катушек Гельмгольца $I = 1\text{А}$. Для этого переключкой (а) переключателя «POWER» соедините центр с отметкой «8». Ручкой (б) установите $U = 17,5\text{В}$, ручкой (в) – $I = 1\text{А}$. Величину тока проконтролируйте мультиметром 5 (на мультиметре должен быть поставлен диапазон измерения 20А).

5. Включите блок питания 4, ручкой (з) установите ток рамки $I_p = 1,5\text{А}$. Величину тока проконтролируйте мультиметром 6 (диапазон измерения следует поставить 20А).

6. Измерьте закручивающий момент сил, действующий на рамку с током в магнитном поле. Для этого поверните винт 11 до возвращения квадрата подвески 8 (и вместе с ним рамки с

током) в положение «над прорезями» установочной линейки 9. Определите величину момента сил по шкале крутильных весов I_2 . Результат измерения запишите в табл. 6.2.

7. Измерьте диаметр d рамки с током.

8. Повторите измерения (п.п. 2–7) при различных значениях тока I в катушках Гельмгольца (согласно «Индивидуальному заданию»). Результаты измерений запишите в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Измерения вращающего момента при различных токах в катушках Гельмгольца

№ измерений	Ток катушек Гельмгольца I , А	Момент сил M , Н·м	Расчетный момент сил $M_{\text{теор}}$, Н·м
1			
2			
3			
...			
10			

9. Установите ток катушек $I = 1,5$ А. Проведите измерения вращающего момента при различных значениях токах в рамке I_p (согласно «Индивидуальному заданию»). Результаты измерений занесите в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Измерения вращающего момента при различных токах в рамке

№ измерений	Ток рамки I_p , А	Момент сил M , Н·м	Расчетный момент сил $M_{\text{теор}}$, Н·м
1			
2			
3			
4			
5			

Обработка результатов эксперимента

1. Рассчитайте теоретическое значение вращающего момента для каждого случая по формуле (6.16):

$$M_{\text{теор}} = cmI_p \frac{\pi}{4} d^2 B \sin \alpha ,$$

где $c = 4 \cdot 10^3$ – постоянная установки, m – число витков рамки, I_p – величина тока в рамке, d – диаметр рамки, B – индукция магнитного поля катушек Гельмгольца, рассчитываемая по формуле (6.15).

Результаты расчетов занесите в табл. 6.2–6.5 (согласно «Индивидуальному заданию»).

3. Постройте графики зависимости $M = f(I)$, $M = f(I_p)$, $M_{\text{теор}} = f(I)$ и $M_{\text{теор}} = f(I_p)$ в удобном масштабе (согласно «Индивидуальному заданию»).

6. Сравните экспериментальные и теоретические значения вращательного момента. Сделайте выводы.

Библиографический список

а) основной:

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. В 5 кн. М.: АСТ: Астрель, 2006. Кн.2. 289 с.
2. *Батурин Б.Н.* Правила электробезопасности при выполнении лабораторных работ: Учеб. пособие. М.: МИСиС, 1995. 38с.
3. *Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г.* Физика: Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. М.: МИСиС, 2007. 108 с.

б) дополнительный:

4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. М.: Физматлит. 2004. Т. 3. 687 с.
5. *Калашиников С.Г.* Электричество. М.: М.: Физматлит. 2006. 655 с.

Контрольные вопросы

1. Что такое магнитная индукция? Как определяется направление вектора \vec{B} ? Что такое линии магнитной индукции?
2. Что такое дипольный магнитный момент контура с током?
3. В чем заключается закон Био-Савара-Лапласа? Какова магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$?
4. Какова магнитная индукция поля на оси кругового витка с током I в его центре и на расстоянии r от центра? Как выглядят линии магнитной индукции поля витка с током?
5. Какие силы действуют на контур с током в однородном магнитном поле? Как рассчитать величину вращающего момента этих сил?