Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по образованию

_____Ю.И. Ришко

«17» августа 2025 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

«Теория вероятностей и статистика»

НАПРАВЛЕННОСТЬ: ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНАЯ

Уровень: вводный

Возраст обучающихся 14-16 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Разработчик:
В.К. Ушаков,
д.т.н., профессор,
профессор кафедры математики
Университета МИСИС

Москва, 2025

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Теория вероятностей и статистика» (далее – Программа) является образовательной программой для школьников, обладающих фундаментальными знаниями школьного курса по вероятности и статистике, полученными слушателями в рамках проекта города Москвы «Математическая вертикаль». Описанная программа ориентирована на развитие навыков решения типовых вероятностных задач и задач повышенной сложности.

Актуальность программы непосредственно связана с относительно небольшим количеством времени, уделяемым данному разделу в школьном курсе математики, а также с формированием негативного отношения учеников к данному разделу математики. Программа позволит слушателям углубить и расширить свои знания при решении вероятностных задач, а также познакомиться с различными методами их решения.

Программа является дополнением к школьному курсу математики, развивающей знания и навыки в области предмета. С помощью решения типовых задач и задач повышенной сложности слушатели курса закрепят свои теоретические знания и практические умения. Прослушав данный курс, слушатели могут применить свои знания и навыки участвуя в математических олимпиадах, конкурсах и при поступлении в ВУЗы. Программа реализуется Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования Национальным исследовательским технологическим университетом «МИСИС» (далее – НИТУ МИСИС, Университет МИСИС, МИСИС). Программа разработана и утверждена в соответствии с Уставом НИТУ МИСИС, с целью формирования у школьников позитивного восприятия инженерных специальностей.

Программа имеет **естественнонаучную направленность**.

Уровень освоения – вводный. Программа предполагает расширить и углубить знания слушателя по теории вероятностей и статистике, развить навыки владения методами решения задач.

Новизна Программы состоит в применении и обзора широкого круга методов решения вероятностных задач.

Актуальность. Современный уровень математического образования предполагает свободное владение методами решения задач в области теории вероятностей и статистике.

Педагогическая целесообразность. Обучение данному курсу направлено на выработку способностей к логическому мышлению слушателя, усвоению различных методов решения вероятностных задач, практическое применение полученных навыков и знаний в области теории вероятностей и статистики, на развитие научно-технического способа мышления обучающимися.

Цель и задачи программы

Цель - формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области теории вероятностей и статистики, их дальнейшему практическому применению в проектной и научной деятельности.

Каждый обучающийся расширит знания в теории вероятностей и статистике, разберется в особенностях методов решения нестандартных задач с помощью **обучающих задач.**

Отличительная особенность Программы заключается в том, что она позволяет обучающимся в короткие сроки познакомиться с основными методами решения задач, которые развивают логическое мышление.

Возраст обучающихся: 15-16 лет.

Сроки реализации: 20 академических часов.

Наполняемость группы: 20-25 человек.

Формы и режим занятий

Режим занятий**:** 1-2 занятия в неделю; 1 занятие - 2 академических часа.

Формы организации деятельности**:** групповые, индивидуально-групповые.

Методы обучения: словесные, комбинированные, теоретические, практические.

Ожидаемые результаты и способы их определения

В результате освоения программы обучающиеся

будут знать:

- основные элементы комбинаторики;
- понятие вероятности, условной вероятности, правила сложения и умножения вероятностей;
- геометрическую схему подсчета вероятности;
- схему независимых испытаний Бернулли;
- элементы математической статистики;

будут уметь:

- решать сюжетные задачи комбинаторики;
- решать вероятностные задачи с применением основных формул и правил сложения и умножения вероятностей;
- решать вероятностные задачи с применением геометрических формул;
- находить характеристики биномиального распределения;
- производить оценку генеральной совокупности по выборке;

2. Учебно-тематический план

п/п	Наименование разделов и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Формы контроля
		Всего ауд. часов	Лекции	Практические занятия	
1	**Раздел 1 Элементы комбинаторики**				
1.1	Основные понятия комбинаторики: испытание и исходы. Правило умножения для независимых испытаний	2	0,5	1,5	Опрос, задания на практических занятиях
1.2	Факториалы и перестановки	2	0,5	1,5	
1.3	Выбор нескольких элементов. Число сочетаний и число размещений	2	0,5	1,5	
1.4	Бином Ньютона. Треугольник Паскаля	2	0,5	1,5	
2	**Раздел 2 Основные понятия теории вероятностей**				
2.1	Испытание и случайное событие. Противоположные и несовместные события. Классическое определение вероятности	2	0,5	1,5	Опрос, задания на практических занятиях
2.2	Теоремы о вероятности суммы и произведения событий	2	0,5	1,5	
3	**Раздел 3 Вероятность и геометрия**				
3.1	Вероятность и геометрия. Геометрическая схема подсчета вероятности	2	0,5	1,5	Опрос, задания на практических занятиях
4	**Раздел 4 Последовательность независимых испытаний**				
4.1	Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Биномиальное распределение	2	0,5	1,5	Опрос, задания на практических занятиях
5	**Раздел 5 Элементы математической статистики**				
5.1	Основные понятия математической статистики: выборка, варианта, кратность и частота. Вариационный и интервальный ряды распределения. Гистограмма распределения.	2	0,5	1,5	Опрос, задания на практических занятиях
5.2	Паспорт данных: размах, мода, медиана, среднее арифметическое значение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.	2	0,5	1,5	
	Итоговая аттестация	На основании выполненных работ текущего контроля			
	Итого	**20**	**5**	**15**	

3. Содержание образовательной программы

Раздел 1 Элементы комбинаторики (8 ак.ч.)

1.1. Основные понятия комбинаторики: испытание и исходы. Правило умножения для независимых испытаний

Теория (0,5а.ч.) Основные понятия комбинаторики

Практика (1,5 а.ч.) Методы решения комбинаторных задач

1.2 Факториалы и перестановки

Теория (0,5а.ч.) Понятия факториала и перестановки

Практика (1,5 а.ч.) Методы решения комбинаторных задач

1.3 Выбор нескольких элементов. Число сочетаний и число размещений

Теория (0,5а.ч.) Понятия сочетаний и размещений

Практика (1,5 а.ч.) Методы решения комбинаторных задач

1.4 Бином Ньютона. Треугольник Паскаля

Теория (0,5а.ч.) Вывод формулы бинома Ньютона

Практика (1,5 а.ч.) Применение треугольника Паскаля при решении комбинаторных задач

Раздел 2 Основные понятия теории вероятностей (4 ак.ч.)

2.1 Испытание и случайное событие. Противоположные и несовместные события. Классическое определение вероятности

Теория (0,5а.ч.) Основные понятия. Случайные эксперименты. Случайные события. Элементарные события. Вероятности событий в опытах с равновозможными исходами. Классическое определение вероятности

Практика (1,5а.ч.) Решение вероятностных задач по теме

2.2 Теоремы о вероятности суммы и произведения событий

Теория (0,5а.ч.) Сложение и умножение вероятностей. Теоремы о вероятности суммы и произведения событий

Практика (1,5а.ч.) Решение вероятностных задач по теме

Раздел 3 Вероятность и геометрия (2 ак.ч.)

3.1 Вероятность и геометрия. Геометрическая схема подсчета вероятности

Теория (0,5а.ч.) Геометрическая схема подсчета вероятности

Практика (1,5 а.ч.) Решение вероятностных задач по теме

Раздел 4 Последовательность независимых испытаний (2 ак.ч.)

4.1 Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.

Биномиальное распределение

Теория (0,5а.ч.) Вероятностная схема Бернулли. Биномиальное распределение

Практика (1,5а.ч.) Решение вероятностных задач по теме.

Раздел 5 Элементы математической статистики (4 ак.ч.)

5.1 Основные понятия математической статистики: выборка, варианта, кратность и частота. Вариационный и интервальный ряды распределения. Гистограмма распределения

Теория (0,5 а.ч.) Генеральная совокупность и случайная выборка. Вариационный и интервальный ряды распределения. Гистограмма распределения

Практика (1,5а.ч.) Решение статистических задач по теме

5.2 Паспорт данных: размах, мода, медиана, среднее арифметическое значение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение

Теория (0,5 а.ч.) Оценка среднего генеральной совокупности по выборке. Оценка дисперсии генеральной совокупности по выборке

Практика (1,5а.ч.) Нахождение оценок генеральной совокупности по выборке

4. Формы аттестации и контроля

Виды контроля

В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

Текущий контроль. Проводится с целью непрерывного отслеживания уровня усвоения материала и стимулирования учащихся не отвлекаться. Для реализации текущего контроля в процессе теоретического материала педагог обращается к учащимся с вопросами и дает короткие задания, в процессе практических занятий решают задачи по теме.

Итоговая аттестация. Проводится на основании выполненных работ текущего контроля.

5. Организационно-педагогические условия реализации программы

Методическое обеспечение программы

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация), практические, аналитические.

С целью стимулирования творческой активности учащихся будут использованы:

- игровые методики;
- метод опроса;
- коллективное обсуждение методов решения задачи.

Виды дидактических материалов

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов или раздаточного материала
- занятия будут проходить в форме лекций с демонстрацией преподавателем теоретического материала по теме, а также в форме самостоятельных практических занятий, на которых обучающиеся смогут обсуждать подходы к решению нестандартных задач и успешно их решать.

Организационно-педагогические ресурсы программы

Материально-техническое обеспечение учебной программы

Оборудование:

Наименование	На группу, ед.	Примечание
Электронная доска	одна	
Компьютер	один	
Экран	один	Для проектора

Кадровое обеспечение программы

Реализатор программы:

Ушаков Владимир Кимович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры математики Университета МИСИС

6. Список литературы

Основная литература:

1. Высоцкий И.Р., Макаров А.А., Тюрин Ю.Н., Ященко И.В.; под редакцией Ященко И.В.. Теория вероятностей и статистика. 7-9 классы. – Москва: Просвещение, 2020 г.

2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2004.

Дополнительная литература:

1. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И .Р., Ященко И. В. Теория вероятностей и статистика. - Москва: МЦНМО, 2014 г.

2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И .Р., Ященко И. В. Теория вероятностей и статистика. - Москва: МЦНМО, 2008 г.

Приложение. Контрольно-измерительные материалы

Примеры типовых задач, решаемых на практических занятиях.

1. Найти вероятность такого события: угадать ровно 4 числа в спортлото 5 из 36.

2. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара. Во второй - 4 белых и 2 черных. Из каждой урны взяли по одному шару и положили в третью урну. Из третьей урны взяли 1 шар. Найти вероятность, что шар, взятый из третьей урны, окажется белым.

3. У стрелка имеется 3 патрона. Вероятность попадания по мишени при одном выстреле равна 0,6. Стрельба ведется до первого попадания. Случайная величина X - число израсходованных патронов. Найти закон распределения случайной величины X, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

4. С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты в тыс. рублях (X) и числа уволившихся за год рабочих (Y).

X	10	15	20	25	30
У	60	35	20	20	15

На основе указанных данных требуется:

а) найти среднее арифметическое значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение,

б) определить зависимость этих случайных величин (выборочный коэффициент корреляции).