

## Лабораторная работа 3-03

### ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ЩЕЛИ И НА КРАЮ ЭКРАНА

*О.В. Алифанов*

#### Цель работы

Экспериментальное исследование волновых свойств света в явлениях дифракции света на щели и на краю экрана.

#### Теоретическое введение

Основой современных представлений о природе света является корпускулярно-волновая теория, по которой явления распространения света правильно описываются в рамках волновой теории, а для описания взаимодействия света и вещества необходимы корпускулярные представления. В рамках этой теории геометрическая оптика представляется как предельный случай волновой оптики и может применяться лишь в тех случаях, когда длина световой волны  $\lambda$  бесконечно мала по сравнению с протяжённостью волнового фронта.

Под дифракцией подразумевается любое отклонение при распространении света в среде с различными неоднородностями от законов геометрической оптики. Описание таких явлений основывается на принципе Гюйгенса-Френеля. Пусть имеется точечный источник гармонических колебаний  $P_0$ , от которого распространяется сферическая световая волна. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, каждый бесконечно малый элемент  $dS$  волновой поверхности  $S$  (рис. 3.1), достигнутый в данный момент времени световой волной, служит источником вторичной сферической волны. Все источники на одной и той же волновой поверхности когерентны, поскольку возбуждаются одним и тем же первичным источником, то есть при наложении этих волн возникает интерференция. Поэтому волновое возмущение в точке  $P$ , созданное источником

$P_0$ , можно рассматривать как результат интерференции вторичных элементарных волн, излучаемых каждым элементом  $dS$  волновой поверхности  $S$ .

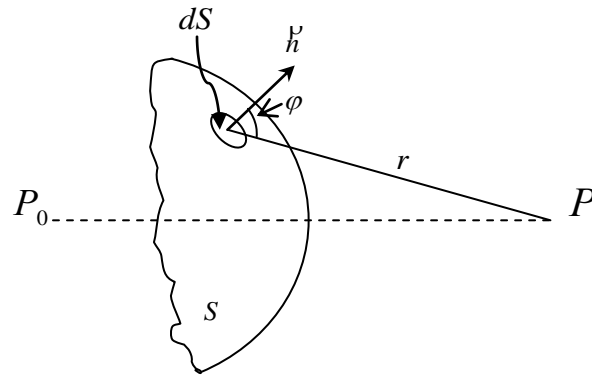


Рис. 3.1. Иллюстрация принципа Гюйгенса-Френеля.

Результирующая напряженность электрического поля в электромагнитной волне в точке  $P$ , согласно принципу Гюйгенса Френеля, представляется интегралом:

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) \quad (3.1)$$

где  $K(\varphi)$  – функция, описывающая уменьшение амплитуды вторичных волн с увеличением угла  $\varphi$ ,  $\varphi$  – угол между единичным вектором нормали  $\vec{n}$  к элементу поверхности  $dS$  и направлением излучения вторичной волны на точку  $P$ ,  $a_0$  - амплитуда первичной волны от

элемента площади  $dS$ ,  $r$  – расстояние от излучающего элемента  $dS$  до точки  $P$ ,  $\omega$  - циклическая

частота волны,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $(\omega t + \alpha_0)$  - фаза волны в момент

времени  $t$  в точке расположения элемента  $dS$ , принимаемого за начало координат ( $r = 0$

в формуле (3.1)),  $\alpha_0$  – начальная фаза.

Если на пути сферических или плоских когерентных световых волн поставить преграду с отверстием, то при определённых условиях на экране, расположенном за преградой, может возникнуть дифракционная картина. В случае расположения точки наблюдения дифракции на конечном расстоянии от преграды, когда световые лучи падают на преграду расходящимся пучком, имеет место дифракция Френеля. При достаточно больших расстояниях между источником света и точкой наблюдения, когда лучи, падающие на преграду, и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции Фраунгофера.

Рассмотрим дифракцию в параллельных лучах на щели, длина которой (в направлении перпендикулярном плоскости рисунка) во много раз больше её ширины  $b$  (рис. 3.2).. Такую щель можно считать бесконечно длинной. На щель перпендикулярно плоскости экрана падает плоская монохроматическая световая волна (длина волны  $\lambda$ ). За щелью расположена собирающая линза, в фокальной плоскости линзы находится экран (или фотоприемник), плоскость экрана параллельна плоскости щели.

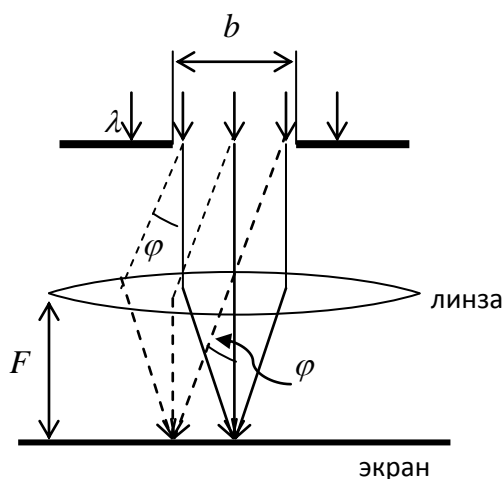


Рис. 3.2. Дифракция Фраунгофера на щели.

Поскольку щель бесконечна, картина, наблюдаемая в любом перпендикулярном сечении щели, будет одинакова. Поэтому достаточно исследовать дифракцию в одном таком сечении.

Параллельный пучок лучей после прохождения щели распространяется под различными углами к первоначальному направлению (каждая точка фронта волны внутри щели является источником вторичных сферических волн). Параллельный пучок лучей, распространяющихся под углом  $\varphi$  к первоначальному направлению, линза собирает в определенной точке фокальной плоскости.

Зависимость интенсивности дифрагированного света  $I_\varphi$  от  $\sin \varphi$  представлена на рис. 3.3.

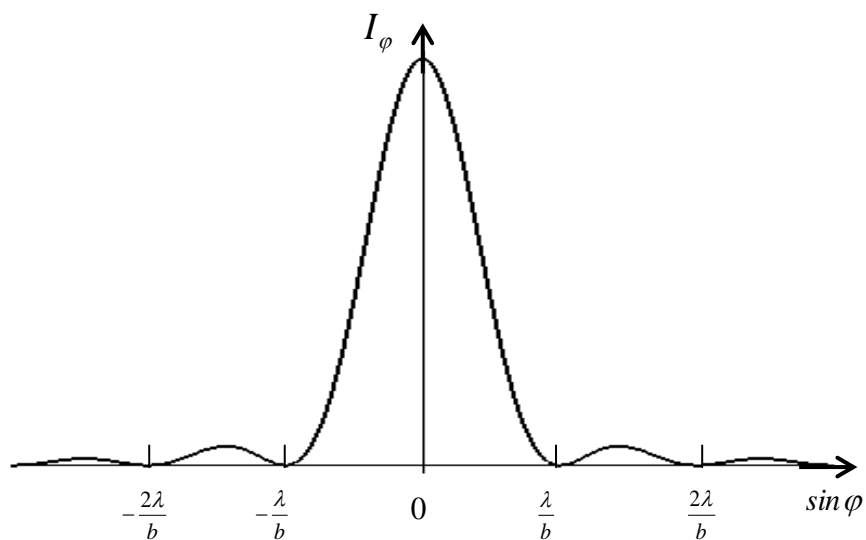


Рис. 3.3. Зависимость интенсивности света на экране от синуса угла дифракции  $\varphi$ .

Как видно на рис. 3.3, условие для определения минимумов интенсивности можно записать в виде (обоснование формул (3.2) и (3.3) приведено ниже):

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \text{ где } k = 1, 2, 3\dots \quad (3.2)$$

Центральный (главный) максимум получается при  $\varphi = 0$ . Положения побочных дифракционных максимумов порядка  $k$  определяются условием:

$$b \sin \varphi = \pm(k + 1/2)\lambda, \text{ где } k = 1, 2, 3... \quad (3.3)$$

Для расчета интенсивности дифракционной картины воспользуемся методом графического сложения амплитуд. В основу этого метода положено представление гармонических колебаний, совершающихся вдоль оси  $OX$  с циклической частотой  $\omega_0$ , начальной фазой  $\varphi$  (не путать с углом дифракции в предыдущих формулах) и амплитудой  $A$

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.4)$$

в виде вектора  $\vec{A}$  по длине равному амплитуде колебаний, вращающемуся с угловой скоростью  $\omega_0$ , и составляющему угол  $\varphi$  с осью  $OX$  в начальный момент времени.

В этом случае проекция конца вектора  $\vec{A}$  на ось  $OX$ , совершает гармоническое колебание (3.4), а данный способ представления колебаний называется векторной диаграммой.

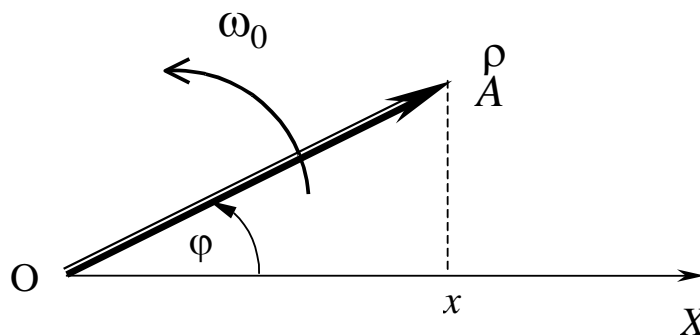


Рис. 3.4. Векторная диаграмма гармонического колебания

Представление гармонических колебаний в виде векторной диаграммы дает возможность свести сложение нескольких гармонических колебаний к операции сложения векторов. В нашем случае этот прием оказывается полезным, поскольку колебания в любой рассматриваемой нами точке  $P$  экрана определяются как результат наложения многих колебаний,

приходящих в данную точку от различных участков волнового фронта.

Представим щель в виде ряда зон Шустера – узких параллельных полос равной ширины  $dx$  (рис. 3.5).

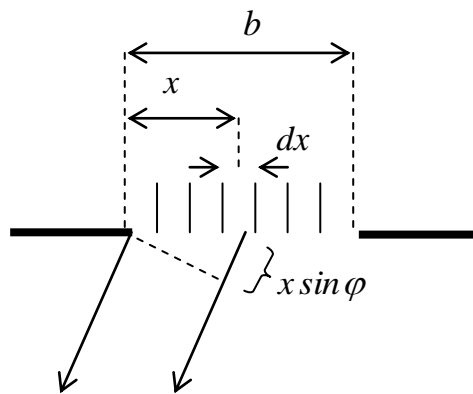


Рис. 3.5. К выводу формулы зависимости интенсивности света от угла дифракции при дифракции Фраунгофера на щели.

По принципу Гюйгенса-Френеля каждая из этих зон является источником вторичных волн, фазы которых одинаковы, поскольку плоскость щели  $b$  совпадает с фронтом падающей плоской световой волны. Амплитуды этих волн тоже равны, поскольку все зоны имеют одинаковую площадь. Волны, распространяющиеся в направлении, определяемом углом  $\varphi$ , от выделенной зоны с координатой  $x$ , приобретают по сравнению с волнами, идущими от края щели, разность хода равную  $x \sin \varphi$ .

Пусть колебание, возбуждаемое каждой такой зоной, имеет амплитуду  $\Delta E$  и отстает по фазе от колебания, возбуждаемого предыдущей зоной, на одну и ту же величину  $\delta$ , зависящую от угла, определяющего направление на точку наблюдения  $P$  и изображается вектором  $\Delta \vec{E}$ . При  $\varphi = 0$  результирующее колебание возбуждается вторичными волнами в точке, расположенной напротив оптического центра линзы, и разность хода волн до этой точки равна нулю. Нулю равна

и разность фаз  $\delta$ . В этом случае векторы  $\Delta \vec{E}$ , представленные на рис. 3.6 короткими стрелками, совпадают по направлению, их сумма максимальна; а векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 3.6. для  $\varphi = 0$ , и амплитуда результирующего колебания  $E_0$  равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний.

Если разность хода  $\Delta = b \sin \varphi = \lambda/2$ , колебания от краев щели находятся в противофазе. Соответственно векторы  $\Delta \vec{E}$  располагаются вдоль полуокружности длиной  $E_0$ , а результирующая амплитуда равна  $2E_0/\pi$  (рис. 3.6). В случае, когда  $\Delta = b \sin \varphi = \lambda$ , колебания от краев щели отличаются по фазе на  $2\pi$ . Векторы  $\Delta \vec{E}$ , располагаются вдоль окружности длиной  $E_0$ . Результирующая амплитуда равна нулю — получается первый минимум  $E_\varphi = 0$  (рис. 3.6). Первый максимум получается при  $\Delta = b \sin \varphi = 3\lambda/2$ . В этом случае колебания от краев щели отличаются по фазе на  $3\pi$ . Строя последовательно векторы  $\Delta \vec{E}$ , мы обойдем полтора раза окружность диаметром  $E_1 = (2/3\pi) E_0$  (рис. 3.6). Диаметр этой окружности и есть амплитуда первого максимума.

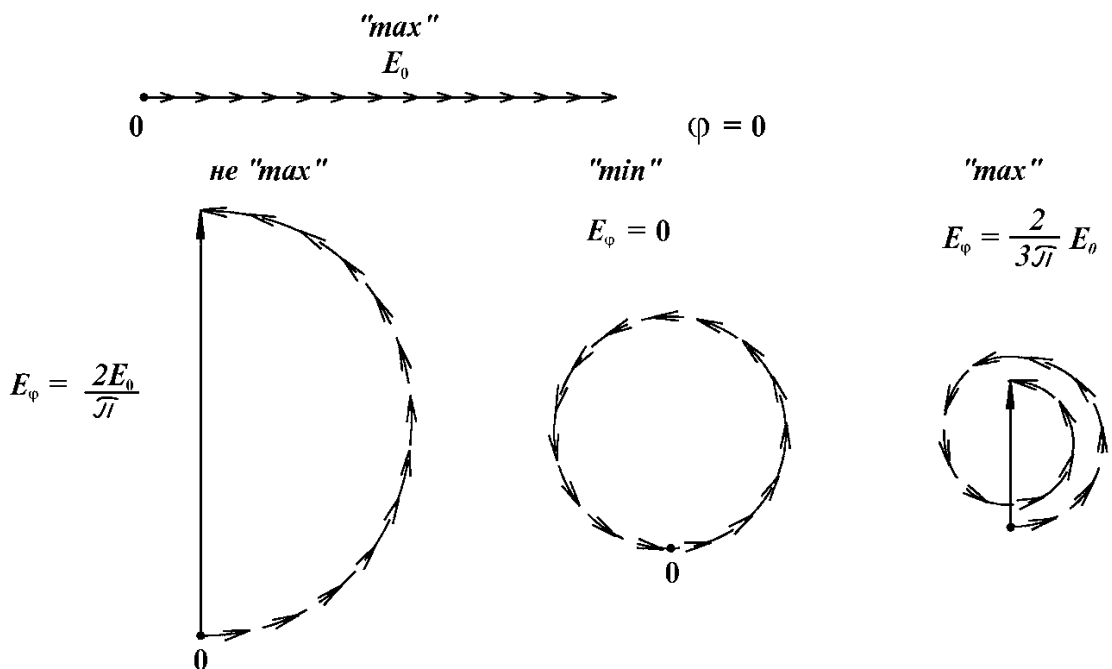


Рис. 3.6. Дифракция на щели: графическое вычисление результирующей амплитуды для разных направлений.

Следуя данному методу и обобщив полученные результаты, мы приходим к условиям (3.2) и (3.3). Условие (3.2) также можно обосновать, рассуждая следующим образом. Если разность хода  $\Delta$  от краев щели равна  $\pm k\lambda$ , то открытую часть волновой поверхности можно разбить на  $2k$  равных по ширине зон, разность хода от краев каждой зоны будет равна  $\lambda/2$ . Колебания от каждой пары соседних зон взаимно погашают друг друга, так что результирующая амплитуда равна нулю. При выполнении условия (3.3), когда для точки  $P$  разность хода  $\Delta = \pm (2k + 1) \lambda/2$ , число зон будет нечетным, действие одной из них окажется некомпенсированным и наблюдается максимум интенсивности (если бы реализация этого случая иллюстрировалась рис. 3.5, то число  $k$  зон оказалось бы равным семи).

Если источником света является лазер, то дифракцию Фраунгофера можно наблюдать без использования линзы. Для этого экран (или фотоприемник) размещается на большом расстоянии от щели. В этом случае лучи, приходящие в точку  $P$  экрана от различных зон щели будут практически параллельны (рис. 3.7), а центр дифракционной картины располагается против центра щели.

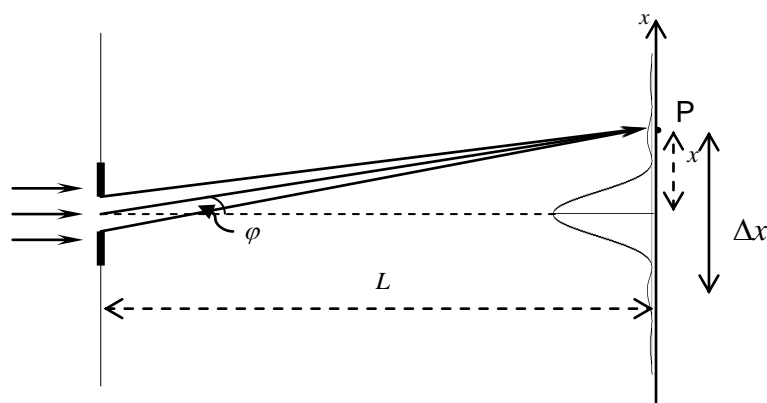


Рис. 3.7. К расчёту дифракции Фраунгофера на щели без использования линзы.



Измеряя расстояние  $x$  от центра картины до точки  $P$  экрана (рис. 3.7), можно найти углы дифракции:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{L} \quad (3.5)$$

При малых углах дифракции можно считать:

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi \quad (3.6)$$

Тогда для определения ширины щели  $b$  по расстоянию  $\Delta x_k$  между симметричными максимумами порядка  $k$  с учётом формул (3.5), (3.6) и (3.3) получим:

$$b = \frac{2k+1}{\Delta x_k} \lambda L \quad (3.7)$$

Рассмотрим теперь дифракцию на непрозрачной полуплоскости с прямолинейным краем. Полуплоскость расположена так, что она совпадает с волновой поверхностью. На расстоянии  $b$  за полуплоскостью помещён параллельно ей экран с произвольно выбранной на нём точкой  $P$  (рис. 3.8).

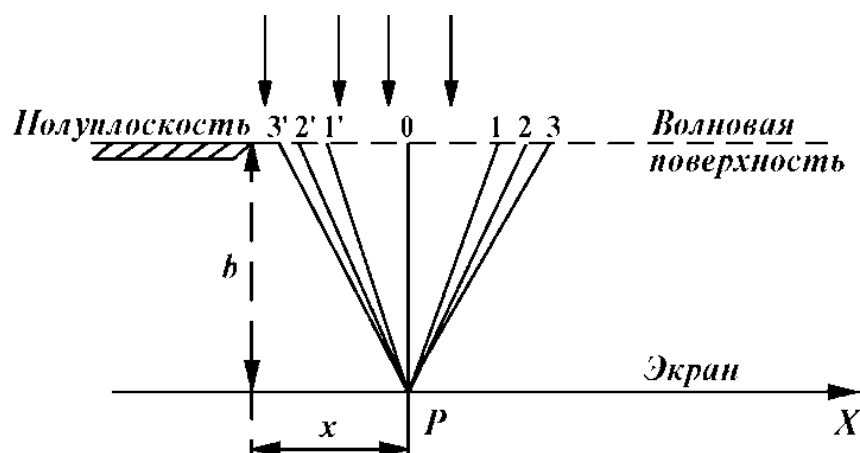


Рис. 3.8. К расчету дифракции Фраунгофера на полуплоскости.

Открытая часть волновой поверхности разделяется на зоны (узкие полосы, параллельные краю полуплоскости). Ширину зон выберем так, чтобы отсчитанные в плоскости рисунка расстояния от точки  $P$  до краёв любой зоны отличались на одинаковую величину  $\Delta = \lambda / 2$  (рис. 3.9).

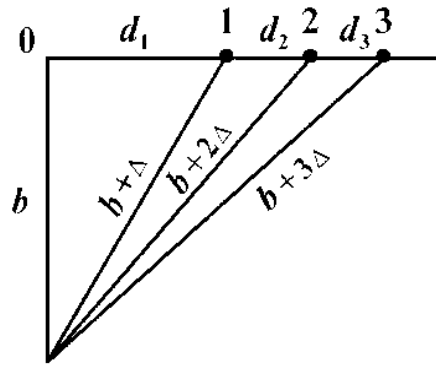


Рис. 3.9. К вычислению ширины зоны дифракции.

Естественно, при таком разбиении на зоны колебания, возбуждаемые в точке  $P$  соседними зонами, отличаются по фазе тоже на одинаковую величину. Зоны, расположенные справа от точки  $P$ , имеют номера 1, 2, 3 и т.д., а расположенные слева - 1', 2', 3' и т.д. Зоны с номерами  $m$  и  $m'$  имеют одинаковую ширину и расположены относительно точки  $P$  симметрично, поэтому возбуждаемые этими зонами колебания в точке  $P$  совпадают по амплитуде и по фазе. Для установления зависимости амплитуды от номера зоны, оценим площади зон. Суммарная ширина первых  $m$  зон равна (рис. 3.9):

$$d_1 + d_2 + \dots + d_m = \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta + m^2\Delta^2}.$$

Так как  $\Delta \ll b \Rightarrow d_1 + d_2 + \dots + d_m \cong \sqrt{2bm\Delta}$ , или  $d_1 + d_2 + \dots + d_m \cong d_1 \sqrt{m}$ ,  $d_1 = \sqrt{b\lambda}$ .

И, наконец:

$$d_m = \sqrt{b\lambda}(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}). \quad (3.8)$$

Расчёт по этой формуле приводит к соотношению:  $d_1 : d_2 : d_3 : d_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots$

Из данного соотношения следует, что амплитуда колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  отдельными зонами, вначале убывает очень быстро (по причине быстрого убывания ширины первых зон), а затем медленнее. При графическом сложении колебаний, возбуждаемых зонами, получается ломаная линия (рис.3.10), которая при стремлении ширины зон к нулю превращается в плавную кривую, называемую спиралью Корню. Точки  $F_1$  и  $F_2$ , к которым асимптотически приближается спираль Корню, называются фокусами или полюсами.

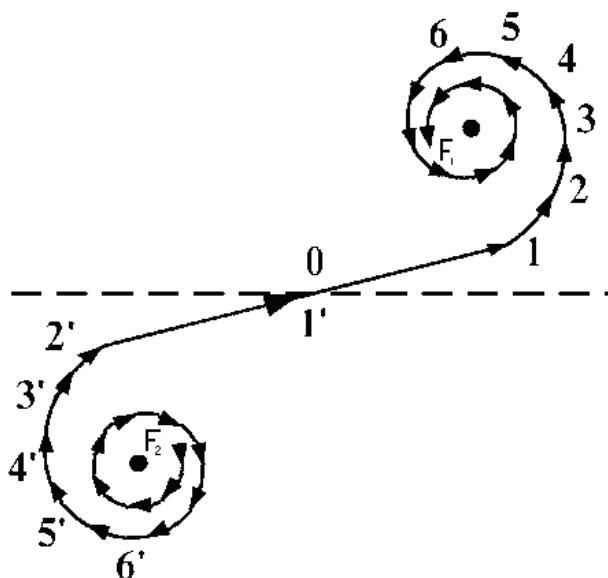


Рис. 3.10. Дифракция на полуплоскости. Графическое сложение амплитуд колебаний.

Поскольку зоны с номерами  $m$  и  $m'$  имеют одинаковую ширину и расположены симметрично относительно точки  $P$ , колебания, возбуждаемые этими зонами в точке  $P$ , изображаются одинаковыми векторами, расположенными симметрично относительно начала координат. Это условие позволяет просто находить амплитуду результирующего колебания в точке  $P$ . Предположим, что кроме всех нештрихованных зон открыта зона  $1'$ . Тогда амплитуда результирующего колебания равна сумме вектора  $1'$  со всеми нештрихованными векторами

диаграммы векторов, то есть должна быть представлена в виде вектора, начинающегося в начале вектора  $1'$  и заканчивающегося в фокусе правой ветви спирали (рис. 3.11).

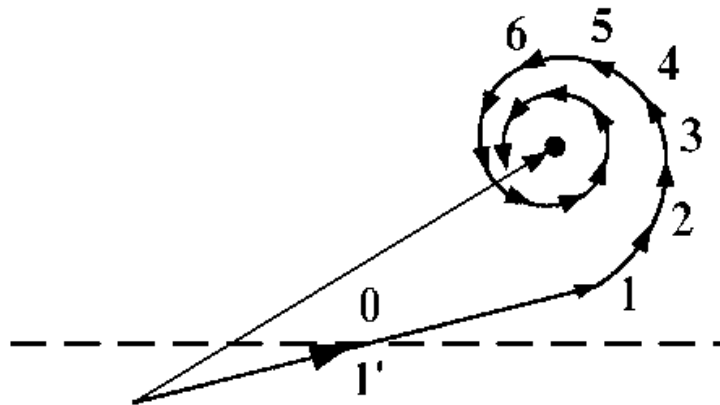


Рис. 3.11. Частный случай графического сложения амплитуд колебаний.

Подобным образом можно найти амплитуду колебания в любой точке экрана (рис.3.12).

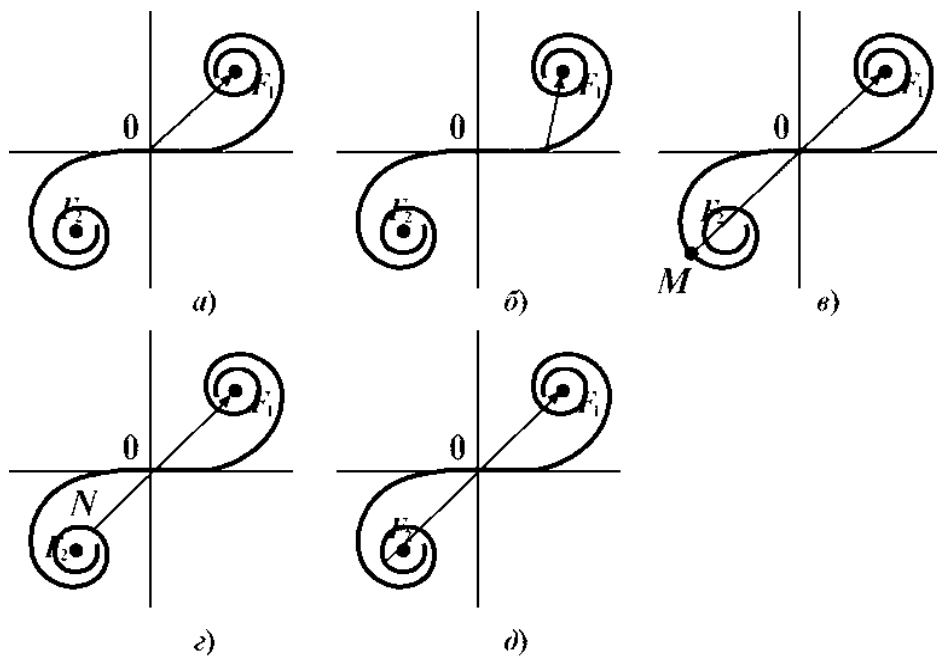


Рис. 3.12. Спираль Корню. Иллюстрация различных случаев нахождения амплитуды результирующего колебания.

Координату  $x$  точки  $P$  будем отсчитывать от границы геометрической тени (рис.3.8). Для точки  $P$  с координатой  $x = 0$  все штрихованные зоны закрыты. Колебания нештрихованных зон представлены правой ветвью спирали Корню, то есть амплитуда результирующего колебания изобразится вектором с началом в точке  $O$  и концом в точке  $F_1$  (рис.3.12 а). При смещении точки  $P$  в область геометрической тени ( $x < 0$ ) полуплоскость закрывает всё большее число нештрихованных зон (количество векторов, представляющих первые нештрихованные зоны убывает), и начало результирующего вектора перемещается по правой ветви в направлении фокуса  $F_1$  (рис. 3.12 б). При росте координаты точки  $P$  вне границы геометрической тени ( $x > 0$ ) кроме нештрихованных зон открывается всё большее число штрихованных зон (количество векторов, представляющих первые штрихованные зоны возрастает), и начало результирующего вектора перемещается по левой ветви спирали к фокусу  $F_2$ .

При этом амплитуда проходит через максимумы и минимумы. Первый максимум равен длине отрезка  $MF_1$ , а первый минимум – длине отрезка  $NF_1$  (рис. 3.12 в и рис. 3.12 г). При полностью открытой волновой поверхности амплитуда равна длине отрезка  $F_2F_1$  (рис. 3.12 д), то есть в два раза превышает амплитуду на границе геометрической тени (это видно при сравнении рис.3.12 а и.3.12 д).

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, то интенсивность на границе геометрической тени составляет  $1/4$  интенсивности  $I_0$ , получающейся в точке экрана с координатой  $x = 0$  при отсутствии преграды.

Зависимость интенсивности света  $I$  от координаты  $x$  представлена на рис. 3.13.

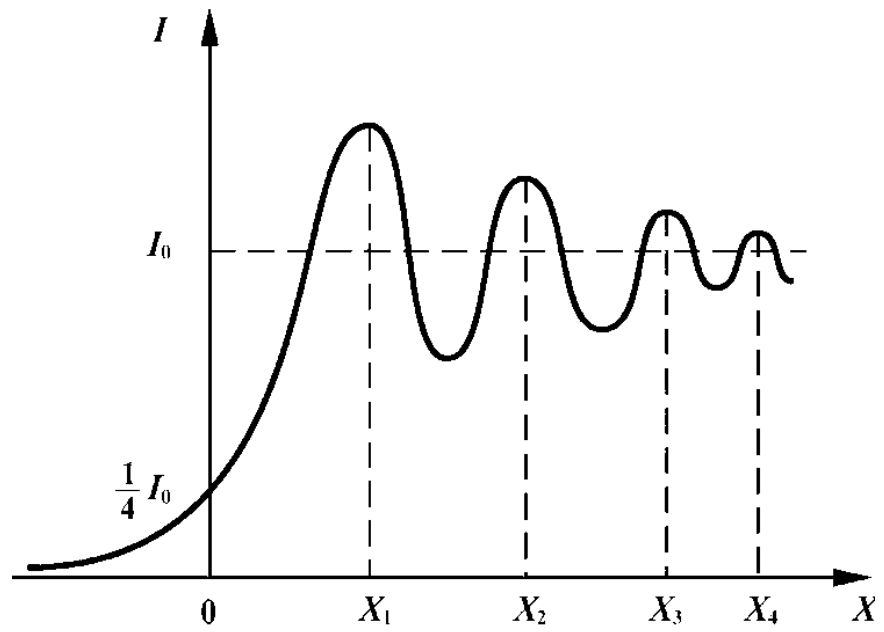


Рис. 3.13. График зависимости интенсивности света  $I$  от координаты  $x$ .

### Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 3.14.

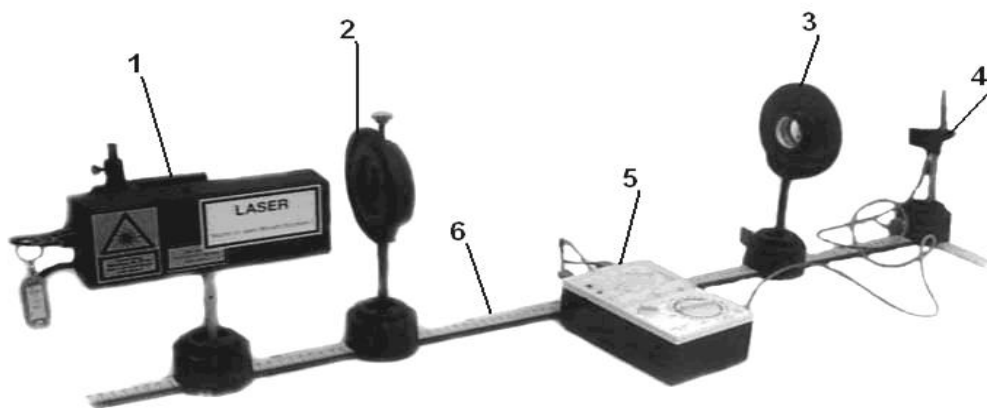


Рис. 3.14. Общий вид экспериментальной установки.

В установку входят: гелий-неоновый лазер 1, собирающая линза 3 с фокусным расстоянием  $F = 50$  см, дифракционная щель 2, укрепленная на вертикальном держателе, фотоэлемент 4, расположенный после щели, который преобразует световую энергию в электрический ток. Об относительной интенсивности дифракционной картины можно судить по напряжению в цепи фотоэлемента. Сигнал с фотоэлемента 4 поступает на усилитель 5, а затем на многопредельный измерительный прибор. Положение приборов определяется при помощи масштабного метра, выполняющего роль оптической скамьи, и линейки 6.

Таблица 3.1

**Технические данные приборов**

Название прибора	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Класс точности	Абсолютная приборная погрешность
Шкала масштабного метра					
Шкала линейки					
Многопредельный измерительный прибор					

Таблица 3.2

**Параметры экспериментальной установки**

$\lambda \pm \Delta\lambda$ , нм	$L \pm \Delta L$ , см

## Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем листе студента в лаборатории. **При работе на установке соблюдайте осторожность и не допускайте попадания лазерного излучения в глаза!**

### *Изучение дифракции Фраунгофера на щели*

1. Включить лазер и усилитель, прогреть оборудование в течение 15 минут.
2. Установить щелью на заданном расстоянии  $L$  от фотоэлемента в соответствии с индивидуальным заданием. Плоскость щели должна быть перпендикулярна плоскости лазерного луча.
3. Данные экспериментальной установки и погрешностей приборов внести в табл. 3.1 и табл. 3.2..
4. Включить вольтметр. Прикрыв входное отверстие фотоэлемента листом белой бумаги, получить на листе дифракционную картину. Сместить фотоэлемент в положение, соответствующее центральному дифракционному максимуму. Убрать лист.
5. Наблюдая за показаниями прибора (пределы измерения напряжения, как правило, 1В и 300 мВ) и медленно перемещая фотоэлемент в одну сторону, убедиться, что напряжение после этапа убывания начинает возрастать и вновь достигает максимального значения. Добиться такого положения, при котором напряжение максимально. Это положение фотоэлемента соответствует координате первого побочного дифракционного максимума. Записать номер максимума и измеренную координату в табл. 3.3.
6. Повторяя изложенную в п.5 процедуру, определить и записать в табл. 3.3 номера и положения 3 – 5 максимумов по одну и другую сторону от центрального максимума (число максимумов уточнить у лаборанта).



**Координаты дифракционных максимумов при дифракции на щели**

№ п/п	$\pm k$	$x_{+k}$ , мм	$x_{-k}$ , мм	$\Delta x_k = x_{+k} - x_{-k}$ , мм	$b_k$ , мм	$\Delta b_k$ , мм
Средние значения		$\bar{b}$ , мм			$\Delta b$ , мм	

**Исследование зависимости интенсивности дифракционной картины от координаты точки наблюдения при дифракции Фраунгофера на краю экрана**

1. Установить на шкале прибора предел измерения напряжения 1 В. Отрегулировать направление лазерного луча так, чтобы интенсивность падающего на фотоэлемент света стала максимальной (напряжение в цепи измерительного прибора максимально). Установить щель на расстоянии  $L$  от фотоэлемента, соответствующем индивидуальному заданию.

2. Вращая регулирующий ширину щели винт вправо, изменять ширину щели так, чтобы одна створка щели закрыла половину площадки, освещённой лазерным лучом, а вторая створка отошла от первой на расстояние около 3 мм.

3. Установить между щелью и фотоэлементом линзу. Прикрыв входное отверстие фотоэлемента листом белой бумаги, пронаблюдать полученную на листе дифракционную картину. Перемещая линзу вдоль масштабного метра, добиться наиболее чёткой дифракционной картины. Убрать лист.

4. Возможно, после установки линзы изменение предела измерения напряжения с 1В на 300 мВ и 100 мВ. Перемещая фотоэлемент в одну и другую сторону, установить его так, чтобы показание вольтметра было максимальным  $U_{max}$ , (записать это показание в табл. 3.4). Затем, перемещая фотоэлемент в сторону устойчивого уменьшения показаний вольтметра (в сторону геометрической тени) до положения, при котором вольтметр покажет  $U_{max} / 2$ , записать в табл. 3.4) это напряжение и координату фотоэлемента  $x_{нач}$ .

5. Изменить направление перемещения фотоэлемента (перемещать с шагом  $h=1\text{мм}$  в сторону, соответствующую возрастанию показаний вольтметра). Записывать в табл. 3.4 показания измерительного прибора и номер соответствующего измерения. После этапа устойчивого роста начнётся периодическое чередование уменьшения и роста напряжения. Измерения и запись показаний проводить до тех пор, пока показания измерительного прибора не пройдут через три-четыре максимума.

Таблица 3.4

**Зависимость напряжения на вольтметре от положения фотоэлемента при дифракции на краю экрана**

$U_{\text{max}} = \quad , \text{мВ}$	
$X, \text{мм}$	$U, \text{мВ}$
...	

**Обработка результатов эксперимента**

**Определение ширины щели**

1. Пользуясь данными табл. 3.3, вычислить по формуле (3.7) и записать в табл.3.3 значения ширины щели  $b_k$ , полученные для каждого значения порядка  $k$  дифракционного максимума.
2. Найти и записать в табл. 3.3 среднее значение ширины щели  $\bar{b}$ .
3. Определить значения  $\Delta b_k$  (отклонения от среднего значения) для каждого  $b_k$  и записать их в табл. 3.3
4. Найти среднюю абсолютную погрешность измерения  $\Delta b$ .
5. Результат расчета ширины щели представить в виде:  $b = \bar{b} \pm \Delta b$ .

6. Используя формулу (3.7) и учитывая погрешности приборов, определить для  $\Delta x_1$  абсолютную погрешность косвенных измерений ширины щели  $\Delta b$  по формуле оценки погрешности функции нескольких аргументов (смотри ссылку 3 основного списка литературы).

**Построение графика зависимости интенсивности света от координаты точки наблюдения при дифракции Фраунгофера на краю экрана**

По результатам табл. 3.4 построить график зависимости напряжения  $U$  на вольтметре от координаты  $x$  точки наблюдения (качественно повторяющий график распределения интенсивности дифракционной картины на рис. 3.13). По оси абсцисс откладывать значения координаты  $x$  точки, их можно определить по формуле  $x = (n - 1)h$ , где  $n$  – номер измерения,  $h = 1$  мм – шаг измерения. По оси ординат откладывать значения напряжения  $U$ .

**Библиографический список**

*а) основной*

1. Савельев И.В. Курс физики: В 5 т. М.: Лань. 2004. Т.2. С. 381-384, 400-415.
2. Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г. Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ: Учеб. пособие. М.: МИСиС, 2007, 108 с.

*б) дополнительный*

3. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Физматлит, 2003. С.150-155, 172-179, 198-203.

**Контрольные вопросы**

1. Дайте определение дифракции. В чем заключается принцип Гюйгенса-Френеля?
2. Чем отличается дифракция Френеля от дифракции Фраунгофера?
3. В чем суть метода зон Шустера?

4. Как формулируются условия дифракционного минимума и максимума интенсивности света?

5. Что можно предложить для увеличения точности измерений в данной лабораторной работе?

