Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по дополнительному образованию

_____ В.Л. Петров

«__5__» ___октября___ 2026 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

«Практикум по уравнениям и неравенствам»

НАПРАВЛЕННОСТЬ: ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНАЯ

Уровень: вводный

Возраст обучающихся 15 - 17 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Разработчик:
О.Н. Тюленева,
к.ф.-м.н, доцент кафедры математики
НИТУ МИСИС

Москва, 2026

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная (общеразвивающая) программа «Практикум по уравнениям и неравенствам» (далее – Программа) является образовательной программой для обучающихся 10–11 классов. Программа выстроена от базовых понятий и свойств тригонометрических, показательных и логарифмических функций к освоению основных методов решения уравнений и неравенств, в том числе заданий повышенного уровня сложности.

Актуальность программы связана с тем, что тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства занимают важное место в курсе алгебры и начала математического анализа, а уверенное владение методами их решения необходимо для успешного выполнения заданий государственной итоговой аттестации и дальнейшего изучения математики. Краткий интенсивный курс позволяет систематизировать знания, устранить типичные пробелы и сформировать устойчивые алгоритмы решения.

Программа является дополнением к школьному курсу математики. В ходе обучения слушатели повторят основные определения, свойства тригонометрических, показательной и логарифмической функций, освоят способы равносильных преобразований, научатся учитывать области допустимых значений, применять замену переменной, метод интервалов, свойства монотонности и графические представления. Значительная часть времени отводится практическому решению задач.

Программа имеет техническую направленность.

Уровень освоения – вводный. Программа предполагает последовательное изучение материала начиная с основных понятий и простейших уравнений с переходом к уравнениям и неравенствам стандартного и повышенного уровня сложности.

Возраст обучающихся: 15-17 лет.

Сроки реализации: 20 академических часов.

Наполняемость группы: 30-35 человек.

Формы и режим занятий

Режим занятий: 1-1,5 занятия в неделю; 1 занятие – 2 академических часа.

Формы организации деятельности: групповые, индивидуально-групповые.

Методы обучения: словесные, наглядные, комбинированные, теоретические, практические.

2. Учебно-тематический план (рабочая программа)

№п/п	Раздел / Тема	Количество часов			Форма аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практические занятия	
1	**Раздел 1. Тригонометрические уравнения и неравенства**	**8**	**3**	**5**	Текущий
1.1	Основы тригонометрии. Единичная окружность, значения и свойства тригонометрических функций. Простейшие тригонометрические уравнения	2	1	1	
1.2	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств	6	2	4	
2	**Раздел 2. Показательные уравнения и неравенства**	**6**	**2**	**4**	Текущий
2.1	Показательная функция. Простейшие показательные уравнения	2	1	1	
2.2	Показательные уравнения и неравенства: приведение к одному основанию, замена переменной, монотонность	4	1	3	
3	**Раздел 3. Логарифмические уравнения и неравенства**	**6**	**2**	**4**	Текущий
3.1	Логарифм и его свойства. Простейшие логарифмические уравнения	2	1	1	
3.2	Логарифмические уравнения и неравенства. ОДЗ, замена переменной, монотонность	4	1	3	
	Итого	**20**	**7**	**13**	

3. Содержание образовательной программы

Раздел 1. Тригонометрические уравнения и неравенства

1.1 Основы тригонометрии. Единичная окружность, значения и свойства тригонометрических функций. Простейшие тригонометрические уравнения

Теория (1 а.ч.) Понятие угла и его измерение в градусах и радианах. Единичная окружность. Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки функций по четвертям. Основные тригонометрические тождества и свойства функций. Уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$. Условия существования решений. Формулы общих решений, частные случаи, отбор корней на промежутке.

Практика (1 а.ч.) Вычисление значений тригонометрических функций, преобразование выражений с использованием основных тождеств, работа с единичной окружностью. Решение простейших тригонометрических уравнений, уравнений после элементарных преобразований, отбор корней на заданном промежутке.

1.2 Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств

Теория (2 а.ч.) Разложение на множители, введение новой переменной, использование формул двойного аргумента и понижения степени. Принципы решения простейших тригонометрических неравенств по единичной окружности.

Практика (4 а.ч.) Решение тригонометрических уравнений и неравенств различными методами. Анализ типичных ошибок и проверка полученных решений.

Раздел 2. Показательные уравнения и неравенства

2.1 Показательная функция. Простейшие показательные уравнения

Теория (1 а.ч.) Понятие степени с действительным показателем. Показательная функция $y = a^x$, условия на основание, область определения и значений, монотонность. Равносильность простейших показательных уравнений.

Практика (1 а.ч.) Преобразование степенных выражений. Решение простейших показательных уравнений и уравнений, сводящихся к равенству степеней с одинаковым основанием.

2.2 Показательные уравнения и неравенства: приведение к одному основанию, замена переменной, монотонность

Теория (1 а.ч.) Основные методы решения показательных уравнений: приведение к одному основанию, вынесение общего множителя, замена

переменной. Решение показательных неравенств с учетом возрастания или убывания показательной функции.

Практика (3 а.ч.) Решение показательных уравнений и неравенств, в том числе сводимых к квадратным и рациональным относительно новой переменной.

Раздел 3. Логарифмические уравнения и неравенства

3.1 Логарифм и его свойства. Простейшие логарифмические уравнения

Теория (1 а.ч.) Определение логарифма. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов. Логарифмическая функция, область определения, монотонность. Связь логарифма и показательной функции.

Практика (1 а.ч.) Вычисление логарифмов и преобразование выражений. Решение простейших логарифмических уравнений с обязательным учетом области допустимых значений.

3.2 Логарифмические уравнения и неравенства. ОДЗ, замена переменной, монотонность

Теория (1 а.ч.) Методы решения логарифмических уравнений: потенцирование, приведение к одному основанию, замена переменной. Логарифмические неравенства и влияние основания логарифма на знак неравенства. Область допустимых значений как обязательный этап решения.

Практика (4 а.ч.) Решение логарифмических уравнений и неравенств стандартного и повышенного уровня сложности. Итоговое обобщение методов и разбор комбинированных заданий.

4. Формы аттестации и контроля

Виды контроля

В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

Текущий контроль. Проводится на протяжении всего курса с целью отслеживания уровня усвоения материала. В ходе объяснения преподаватель задает вопросы, предлагает короткие задания на применение изученных формул и алгоритмов, организует взаимопроверку и разбор типичных ошибок.

Итоговый контроль. Проводится в конце курса в форме самостоятельной работы, включающей задания на решение тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Результаты используются для оценки сформированности основных способов решения и умения выбирать рациональный метод.

5. Организационно-педагогические условия реализации программы

Методическое обеспечение программы

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация, графики, единичная окружность), практические, аналитические.

С целью стимулирования познавательной активности учащихся будут использованы:

- метод опроса;
- коллективное обсуждение способов решения;
- самостоятельная и парная работа с последующим разбором;
- анализ типичных ошибок и сравнение различных методов решения.

Виды дидактических материалов

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов и раздаточного материала;
- карточки с алгоритмами решения и формулами;
- подборки задач базового и повышенного уровня сложности.

Занятия будут проходить в форме кратких теоретических блоков с демонстрацией преподавателем основных приемов решения, а также практических занятий, на которых обучающиеся самостоятельно решают задачи, обсуждают методы и обосновывают выбор способа решения.

6. Организационно-педагогические ресурсы программы

Материально-техническое обеспечение учебной программы

Оборудование:

Наименование	На группу, ед.	Примечание
Электронная доска	Одна	
Компьютер	Один	
Экран	Один	Для проектора

Кадровое обеспечение программы

Тюленева Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики НИТУ МИСИС.

6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала математического анализа: 10-11-е классы : базовый и углублённый уровни : учебник. / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва М.В. и др. – 14-е изд. стер. - Москва : Просвещение, 2026. – 463, [1] с. : ил.

2. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа: 10-11-е классы : в 2 частях. Часть 2. Задачник (базовый уровень). / А.Г. Мордкович и др. – Москва : Мнемозина, 2009. – 239 с. : ил.

3. Ященко, И.В. (ред.). ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты: учебно-методическое пособие. / под редакцией И.В. Ященко. - Изд. : ЧОУ ДПО «МЦНМО», 2026. – 215 с.

4. Шарыгин, И.Ф. Факультативный курс по математике: решение задач. Учебное пособие для 11 класса средней школы. / И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. – Москва : Просвещение, 1991. – 387 с.