Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по дополнительному образованию

_____ В.Л. Петров

«_5_» _октября_ 2026 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

«Методы решения задач с параметром»

НАПРАВЛЕННОСТЬ: ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНАЯ

Уровень: вводный

Возраст обучающихся 16 - 18 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Разработчик:
В.К. Ушаков
д.т.н., профессор кафедры математики
НИТУ МИСИС

Москва, 2026

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Методы решения задач с параметром» (далее – Программа) является образовательной программой для школьников, обладающих фундаментальными знаниями школьного курса по алгебре и геометрии и знаниями, полученными слушателями в рамках проекта г. Москвы «Математическая вертикаль ПЛЮС». Описанная программа ориентирована на развитие навыков решения типовых задач и задач повышенной сложности с параметром.

Актуальность программы непосредственно связана с относительно небольшим количеством времени, уделяемым данному разделу в школьном курсе математики, а также с формированием негативного отношения учеников к данному разделу математики. Программа позволит слушателям углубить и расширить свои знания при решении задач с параметром, а также познакомиться с различными методами их решения.

Программа является дополнением к школьному курсу математики, развивающей знания и навыки в области предмета. С помощью решения типовых задач и задач повышенной сложности с параметром слушатели курса закрепят свои теоретические знания и практические умения. Прослушав данный курс, слушатели могут применить свои знания и навыки участвуя в математических олимпиадах, конкурсах и при поступлении в ВУЗы. Программа реализуется Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования Национальным исследовательским технологическим университетом «МИСИС» (далее – НИТУ МИСИС, Университет). Программа разработана и утверждена в соответствии с Уставом НИТУ МИСИС с целью формирования у школьников позитивного восприятия инженерных специальностей.

Программа имеет **естественнонаучную направленность**.

Уровень освоения – вводный. Программа предполагает расширить и углубить знания слушателя по алгебре, развить навыки владения методами решения задач с параметром.

Новизна Программы состоит в применении и обзора широкого круга методов решения задач с параметром, в том числе при решении систем уравнений и неравенств с параметром.

Актуальность. Современный уровень математического образования предполагает свободное владение методами решения задач с параметром. Содержание данного курса ориентировано на пробуждение интереса учащихся к решению задач по алгебре, рассмотрение различных способов решения задач.

Педагогическая целесообразность. Обучение данному курсу направлено на выработку способностей к логическому мышлению слушателя, усвоению различных методов решения задач с параметром, практическое применение полученных навыков и знаний в области геометрии и алгебры, на развитие научно-технического способа мышления обучающимися.

Цель и задачи программы

Цель - формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области алгебры, их дальнейшему практическому применению в проектной и научной деятельности. Формирование и закрепление необходимых навыков при решении алгебраических задач.

Каждый обучающийся расширит знания в алгебре, разберется в особенностях методов решения нестандартных задач с помощью **обучающих задач.**

Отличительная особенность Программы заключается в том, что она позволяет обучающимся в короткие сроки познакомиться с основными методами решения задач, которые развивают логическое мышление. При решении задач будет рассмотрен функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

Возраст обучающихся: 16-18 лет.

Сроки реализации: 20 академических часов.

Наполняемость группы: 30-35 человек.

Формы и режим занятий

Режим занятий**:** 1-2 занятия в неделю; 1 занятие - 2 академических часа.

Формы организации деятельности**:** групповые, индивидуально-групповые.

Методы обучения: словесные, комбинированные, теоретические, практические.

Ожидаемые результаты и способы их определения

В результате освоения программы обучающиеся

будут знать:

– основные методы решения линейных и квадратных уравнений с параметром;

– основные методы решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств с параметром;

– основные методы решения тригонометрических уравнений с параметром;

– основные методы решения систем уравнений и неравенств с параметром.

будут уметь:

– самостоятельно подбирать наиболее подходящие методы к решению нестандартной задачи;

– проводить анализ и дополнительные преобразования алгебраических выражений;

– четко и логически обоснованно проводить решение практической задачи;

– применять геометрический способ решения алгебраических задач;

– находить оригинальные способы решения задачи.

2. Учебно-тематический план

№ п/п	Раздел / Тема	Количество часов			Форма аттестации/ контроля
		Всего ауд. часов	Лекции	Практические занятия	
1	**Раздел 1. Алгебраические методы решения задач с параметрами**				Текущий
1.1	Уравнения, неравенства и системы, сводящиеся к линейным или к квадратным	2	0,5	1,5	
1.2	Метод замены	2	0,5	1,5	
1.3	Выявление необходимых условий. Инвариантность	2	0,5	1,5	
2	**Радел 2. Функциональные методы решения задач с параметрами**				Текущий
2.1	Монотонность функции	2	0,5	1,5	
2.2	Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции	2	0,5	1,5	
2.3	Ограниченность функции. Множество значений функции	2	0,5	1,5	
3	**Раздел 3. Функционально-графические методы решения задач с параметрами**				Текущий
3.1	Координатная плоскость *Oxy*	2	0,5	1,5	
3.2	Координатные плоскости *Oxa* и *Oax*	2	0,5	1,5	
4	**Раздел 4. Геометрические методы**				Текущий
4.1	Уравнение прямой, параболы, гиперболы	2	0,5	1,5	
4.2	Уравнение окружности, параллелограмма	2	0,5	1,5	
ИТОГО		**20**	**2,5**	**17,5**	

3. Содержание образовательной программы

Раздел 1. Алгебраические методы решения задач с параметрами

1.1. Уравнения, неравенства и системы, сводящиеся к линейным или к квадратным

Теория (0,5а.ч.) Изложение алгебраических методов решения уравнений, неравенств и систем с параметром, сводящихся к линейным или к квадратным.

Практика (1,5 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить подход к решению задач с параметром по теме, делать необходимые алгебраические преобразования

1.2 Метод замены.

Теория (0,5а.ч.) Изложение алгебраических методов решения уравнений, неравенств и систем с параметром путем замены переменной

Практика (1,5 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить эффективную замену, существенно упрощающую задачу с параметром

1.3 Выявление необходимых условий. Инвариантность

Теория (0,5а.ч.) Типы инвариантности задачи. Алгоритм решения задач, обладающих свойством инвариантности

Практика (1,5 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся определять тип инвариантности и выбирать подходящее значение параметра или переменной в задаче с параметром

Радел 2. Функциональные методы решения задач с параметрами

2.1 Монотонность функции

Теория (0,5а.ч.) Классификация задач, решаемых функциональными методами. Свойства непрерывных монотонных функций. Метод подбора

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся применять свойства непрерывных монотонных функций для решения задач с параметром

2.2 Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Теория (0,5а.ч.) Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром находить верхние и нижние оценки входящих в уравнение функций. Получение этих оценок основано на нахождении наибольшего и наименьшего значений или экстремальных значений этих функций

2.3 Ограниченность функции. Множество значений функции

Теория (0,5а.ч.) Свойство ограниченности функции. Метод оценки. Множество значений функций, непрерывных на отрезке

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром находить верхние и нижние оценки входящих в уравнение функций. Получение этих оценок основано на свойстве ограниченности этих функций и оценке множества их значений

Раздел 3. Функционально-графические методы решения задач с параметрами

3.1 Координатная плоскость *Oxy*

Теория (0,5а.ч.) Преобразования графиков. Параллельный перенос графика вдоль осей координат. Поворот прямой относительно точки. Сжатие (растяжение) графика вдоль осей координат

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром выполнять преобразования графиков входящих в уравнение функций

3.2 Координатные плоскости *Oxa* и *Oax*

Теория (0,5а.ч.) Координатно-параметрическими плоскости. Метод областей

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром строить графики входящих в уравнение функций в координатно-параметрических плоскостях и применять метод областей

Раздел 4. Геометрические методы

4.1 Уравнение прямой, параболы, гиперболы

Теория (0,5 а.ч.) Неявная функция. Формула расстояния между точками. Уравнение отрезка, прямой, параболы, гиперболы. Расстояние от точки до прямой. Прямая и области на координатной плоскости

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром получать уравнения различных линий и находить искомые расстояния

4.2 Уравнение окружности, параллелограмма

Теория (0,5 а.ч.) Взаимное расположение окружности и прямой. Взаимное расположение окружности и пучка прямых. Взаимное расположение окружности и угла. Взаимное расположение двух окружностей. Взаимное расположение параллелограмма и прямых. Взаимное расположение параллелограмма и окружности

Практика (1,5а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся в задачах с параметром исследовать взаимное расположение различных фигур

4. Формы аттестации и контроля

Виды контроля

В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

Текущий контроль. Проводится с целью непрерывного отслеживания уровня усвоения материала и стимулирования учащихся не отвлекаться. Для реализации текущего контроля в процессе теоретического материала педагог обращается к учащимся с вопросами и дает короткие задания, в процессе практических занятий решают задачи по теме.

5. Организационно-педагогические условия реализации программы

Методическое обеспечение программы

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация), практические, аналитические.

С целью стимулирования творческой активности учащихся будут использованы:

- игровые методики;
- метод опроса;
- коллективное обсуждение методов решения задачи.

Виды дидактических материалов

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов или раздаточного материала
- занятия будут проходить в форме лекций с демонстрацией преподавателем теоретического материала по теме, а также в форме самостоятельных практических занятий, на которых обучающиеся смогут обсуждать подходы к решению нестандартных задач и успешно их решать.

Организационно-педагогические ресурсы программы

Материально-техническое обеспечение учебной программы

Оборудование:

Наименование	На группу, ед.	Примечание
Электронная доска	одна	
Компьютер	один	
Экран	один	Для проектора

Кадровое обеспечение программы

Реализатор программы:

Профессорско-преподавательский состав Университета науки и технологий МИСИС, в том числе

Бугаевская Анна Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Университета науки и технологий МИСИС.

6. Список литературы

Основная литература:

1. Козко А.И., Чирский В.Г. Задачи с параметром и другие сложные задачи. – 2-е издание, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2008. – 376 с.
2. Козко А.И., Панферов В.С., Сергеев И.Н., Чирский В.Г. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С5. Задачи с параметром. Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2011. – 144 с.
3. Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ: решение задач с параметрами. – Ростов-на-Дону: Легион, 2015. – 336 с.
4. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. Учеб. пособие / В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский и др. Под ред. М.И. Сканави. –6–е изд. – М.: Издательский дом «ОНИКС 21 век»: Мир и образование, 2001. – 608с.
5. Ушаков В.К. Довузовская математика: Алгебра: учебное пособие / - М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2014.-448 с.

Интернет-источники:

6. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений». Режим доступа: http://fipi.ru/ (дата обращения: 05.10.2026 г.).
7. Разбор демоверсии ЕГЭ-2026 по математике. Режим доступа: http://alexlarin.net/ (дата обращения: 05.10.2026 г.).
8. Образовательный портал для подготовки к экзаменам: «СДАМ ГИА: РЕШУ ВПР, ОГЭ, ЕГЭ, УВЭ, ЦТ, ЕНТ». Режим доступа: http://www.sdamgia.ru/ (дата обращения: 05.10.2026 г.).

Приложение. Контрольно-измерительные материалы

Примеры типовых задач, решаемых на практических занятиях.

1. Найдите все значения a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} a(x-1) \geq 4, \\ 2\sqrt{x-2} \geq a, \\ 3x < a+14; \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке [4; 5].
2. Найдите все значения a, при каждом из которых имеет ровно три различных решения система уравнений $\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ y = |x-a| + 1. \end{cases}$
3. Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $\frac{1+(2-2k)\sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$ имеет хотя бы одно решение на интервале $(0; \frac{\pi}{2})$.
4. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(ax - x^2) + \frac{1}{ax-x^2} + 2 = 0$ имеет ровно два различных корня на промежутке $(-2; 2]$.
5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\ln(6a - x)\ln(2x + 2a - 2) = \ln(6a - x)\ln(x - a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 2]$.
6. Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение $25^x - (a+6)\cdot 5^x = (5 + 3|a|)\cdot 5^x - (a+6)(3|a| + 5)$ имеет единственное решение.